



Ricerca di Sistema elettrico

La metodologia HGPT-BU applicata all'analisi del reattore ALFRED

A. Gandini, M. Frullini, V. Peluso



LA METODOLOGIA HGPT-BU APPLICATA ALL'ANALISI DEL REATTORE ALFRED

A. Gandini, M. Frullini (CIRTEN-UNIROMA1)
V. Peluso (ENEA)

Settembre 2016

Report Ricerca di Sistema Elettrico

Accordo di Programma Ministero dello Sviluppo Economico - ENEA
Piano Annuale di Realizzazione 2015

Area: Generazione di Energia Elettrica con Basse Emissioni di Carbonio

Progetto: Sviluppo competenze scientifiche nel campo della sicurezza nucleare e collaborazione ai programmi internazionali per il nucleare di IV Generazione.

Linea: Collaborazione ai programmi internazionali per il nucleare di IV Generazione

Obiettivo: Progettazione di sistema e analisi di sicurezza

Responsabile del Progetto: Mariano Tarantino, ENEA

Il presente documento descrive le attività di ricerca svolte all'interno dell'Accordo di collaborazione "Sviluppo competenze scientifiche nel campo della sicurezza nucleare e collaborazione ai programmi internazionali per il nucleare di IV Generazione"

Responsabile scientifico ENEA: Mariano Tarantino

Responsabile scientifico CIRTEN: Giuseppe Forasassi



Titolo

LA METODOLOGIA HGPT-BU APPLICATA ALL'ANALISI DEL REATTORE ALFRED

Descrittori

Tipologia del documento: Rapporto Tecnico
Collocazione contrattuale: Accordo di programma ENEA-MSE su sicurezza nucleare e reattori di IV generazione
Argomenti trattati: Generation IV reactors, Combustibile nucleare

Sommario

Il presente lavoro ha come obiettivo lo sviluppo di una metodologia di calcolo in vista di una sua applicazione atta all'analisi perturbativa e di sensitività, del progetto fisico del reattore veloce di 300 MWt, refrigerato a piombo ALFRED. Esso rappresenta la continuazione rispetto ad un lavoro precedente in cui l'analisi dell'evoluzione del combustibile era limitata ad una singola cella, vale a dire in condizioni zero-dimensionali. In questa fase di lavoro si è passati allo sviluppo di una metodologia multizona. Si è adottato un modello semplificato, ancorché significativo, in geometria cilindrica monodimensionale a due zone di arricchimento (corrispondenti a due zone di evoluzione), che consentisse la messa a punto delle procedure di calcolo sviluppate. La possibilità di ottenere delle soluzioni analitiche ha consentito delle verifiche puntuali attraverso il confronto con calcoli diretti, verifiche che hanno dimostrato la validità della metodologia in una varietà di problematiche e la possibilità quindi di una loro implementazione nel codice ERANOS. I casi studiati riguardano le quantità:

- 1) accumulo di un nuclide a fine ciclo di burn-up in una zona di evoluzione,
- 2) rapporto di funzionali lineari del flusso a fine ciclo,
- 3) reattività a fine ciclo.


La precisione dei valori calcolati è risultata in tutti i casi al di sotto dell'8%. I calcoli delle funzioni importanza dei neutroni e dei nuclidi richieste dal metodo sono state effettuate secondo sei step temporali per un tempo di burn-up complessivo di 180 giorni.

Note

**Autori A. Gandini, M. Frullini ó UNIROMA1
V. Peluso - ENEA Bologna**




2			NOME			
			FIRMA			
1			NOME			
			FIRMA			
0	EMISSIONE	26/09/16	NOME	V. Peluso	M. Tarantino	M. Tarantino
			FIRMA			
REV.	DESCRIZIONE	DATA		REDAZIONE	CONVALIDA	APPROVAZIONE

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS ó LP2 ó 117	0	L	2	45

Indice

	pag
Sommario	3
1 Introduzione	4
2 Teoria generale	5
3 Schematizzazione di calcolo a step temporali	10
4 Test dimostrativi	16
4.1. Funzionale: densità media del Pu239 nella zona esterna del nocciolo a fine ciclo	18
4.2. Funzionale: densità media del Pu240 nella zona esterna del nocciolo a fine ciclo)	27
4.3. Funzionale: Rapporto di flussi integrati a fine ciclo	31
4.4. Funzionale: controllo residuo (ρ a fine ciclo)	35
5 Conclusioni	39
Appendice. Modalità di controllo	41
Referimenti bibliografici	44


 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	3	45

Sommario

Il presente lavoro ha come obiettivo lo sviluppo di una metodologia di calcolo in vista di una sua applicazione atta all'analisi perturbativa e di sensitività del progetto fisico del reattore veloce di 300 MWt, refrigerato a piombo ALFRED. Esso rappresenta la continuazione rispetto ad un lavoro precedente in cui l'analisi dell'evoluzione del combustibile era limitata ad una singola cella, vale a dire in condizioni zero-dimensionali. In questa fase di lavoro si è passati allo sviluppo di una metodologia multizona. Si è adottato un modello semplificato, ancorché significativo, in geometria cilindrica monodimensionale a due zone di arricchimento (corrispondenti a due zone di evoluzione), che consentisse la messa a punto delle procedure di calcolo sviluppate. La possibilità di ottenere delle soluzioni analitiche ha consentito delle verifiche puntuali attraverso il confronto con calcoli diretti, verifiche che hanno dimostrato la validità della metodologia in una varietà di problematiche e la possibilità quindi di una loro implementazione nel codice ERANOS. I casi studiati riguardano le quantità:

- 1) accumulo di un nuclide a fine ciclo di burn-up in una zona di evoluzione,
- 2) rapporto di funzionali lineari del flusso a fine ciclo,
- 3) reattività a fine ciclo.

La precisione dei valori calcolati è risultata in tutti i casi al di sotto dell'8%. I calcoli delle funzioni importanza dei neutroni e dei nuclidi richieste dal metodo sono state effettuate secondo sei step temporali per un tempo di burn-up complessivo di 180 giorni.

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	4	45


1. Introduzione

La metodologia per il calcolo perturbativo di funzionali della densità neutronica e di quella dei nuclidi che evolvono durante l'evoluzione (burn-up) del nocciolo è stata sviluppata sulla base della teoria delle perturbazioni generalizzate su base euristica HGPT (Heuristic Generalized Perturbation Theory) [1,2]. Essa può essere applicata a studi relativi all'evoluzione temporale del campo nonlineare neutroni/nuclidi in sistemi critici, o sottocritici

In questo lavoro tale metodologia è stata adottata per l'analisi perturbativa e di sensitività del progetto fisico del reattore veloce refrigerato a piombo ALFRED [3]. Esso rappresenta la continuazione rispetto ad un lavoro precedente [4] in cui l'analisi dell'evoluzione del combustibile era limitata ad una singola cella, vale a dire in condizioni zero-dimensionali. In questa nuova fase di lavoro si è passati allo sviluppo di una metodologia multizona. Si è adottato un modello semplificato, ancorché significativo, in geometria cilindrica monodimensionale a due zone di arricchimento (corrispondenti a due zone di evoluzione) che consentisse la messa a punto delle procedure di calcolo sviluppate. La possibilità di ottenere delle soluzioni analitiche ha reso possibile delle verifiche puntuali attraverso il confronto con calcoli diretti, verifiche necessarie in vista di una implementazione della metodologia nel codice ERANOS [5].

I casi studiati riguardano le quantità:

- 1) accumulo di un nuclide a fine ciclo in una zona di evoluzione,
- 2) rapporto di funzionali lineari del flusso (per es., rapporti di tassi di reazione) a fine ciclo,
- 3) reattività a fine ciclo.

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	5	45

2. Teoria generale

Le densità dei nuclidi che costituiscono il combustibile si riferiscono a valori medi relativi alle macrozone in cui è stato suddiviso il nocciolo. Esse sono rappresentate con il vettore \mathbf{c}_z . [$z=1,2,\dots,Z$ (numero di sottozone)]. La densità dei neutroni, dipendente dallo spazio delle fasi e dal tempo, è data nella forma multigruppo dal vettore \mathbf{n}^1 . In questa trattazione è stata adottata l'approssimazione della diffusione (peraltro largamente usata per i calcoli di burn-up). Alle densità $\mathbf{n}(\mathbf{r}, t)$ e $\mathbf{c}_z(\mathbf{r})$, definite nell'intervallo (t_o, t_f) , viene associata una variabile intensiva di controllo, $\rho(t)$, tale da mantenere costante la potenza totale assegnata $W(t)$. La variabile $\rho(t)$ può rappresentare, per esempio, il grado complessivo d'inserzione delle barre di controllo nel nocciolo (non il loro movimento relativo, che può essere generalmente descritto da parametri), oppure la densità media di un veleno neutronico nel refrigerante. Nei calcoli viene normalmente adottato un parametro di controllo fittizio, cioè un coefficiente che moltiplica la sorgente di fissione. L'applicazione della metodologia a modalità di controllo diverse è comunque possibile, ciò implicando, come si vedrà in seguito, condizioni differenti sulle funzioni che descrivono il comportamento del sistema [1]. In un sistema sottocritico (ADS), $\rho(t)$ può rappresentare l'intensità della sorgente (attraverso la regolazione dell'intensità di corrente dell'acceleratore). Le equazioni non lineari cui debbono soddisfare le variabili \mathbf{n} , \mathbf{c} e ρ possono quindi essere scritte formalmente, nel caso più generale, come

$$\begin{cases} \mathbf{m}_{(n)}(\mathbf{n}, \mathbf{c}, \rho | \mathbf{p}) = -\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} + B(\mathbf{c}, \rho | \mathbf{p})\mathbf{n} + \delta(t - t_o)\mathbf{n}_o = \mathbf{0} & \text{(reattore critico)} \\ \mathbf{m}_{(n)}(\mathbf{n}, \mathbf{c}, \rho | \mathbf{p}) = -\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} + B(\mathbf{c}, | \mathbf{p})\mathbf{n} + \delta(t - t_o)\mathbf{n}_o + \rho \mathbf{s}_n(\mathbf{p}) = \mathbf{0} & \text{(reattore sottocrit.)} \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{m}_{(c)}(\mathbf{n}, \mathbf{c} | \mathbf{p}) = -\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} + E(\mathbf{n}, \mathbf{c} | \mathbf{p})\mathbf{c} + \delta(t - t_o)\mathbf{c}_o + \mathbf{s}_c(\mathbf{p}) = \mathbf{0} \quad (2.2)$$

$$m_{(\rho)}(\mathbf{n}, \mathbf{c} | \mathbf{p}) = \langle \mathbf{c}, \mathcal{I} \mathbf{n} \rangle_{\text{sys}} - W = 0 \quad , \quad (2.3)$$

dove $\langle \rangle_{\text{sys}}$ indica integrazione su tutto il volume della zona moltiplicante, B rappresenta l'operatore in diffusione o trasporto (dipendente da \mathbf{c} e, generalmente, da ρ), E la matrice di

¹ Per maggiore semplicità di esposizione, nella derivazione della metodologia viene considerata la densità dei neutroni (\mathbf{n}) piuttosto che il flusso ϕ ($\equiv V\mathbf{n}$, V essendo la matrice diagonale delle velocità). Gli operatori che reggono la densità \mathbf{n} saranno quindi quelli normalmente considerati per il flusso moltiplicati per la matrice V . Il che equivale a sostituire, come sarà sottinteso nel seguito, le sezioni d'urto relative ad un a data velocità (puntuale o di gruppo) con il loro prodotto per la velocità medesima.

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	6	45

evoluzione dei nuclidi (dipendente da \mathbf{n}), il vettore \mathbf{p} i parametri del sistema. \mathbf{s}_n ed \mathbf{s}_c sono termini di sorgente, mentre S e Γ sono le matrici²

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_{f1}^1 & \sigma_{f2}^1 & \dots & \sigma_{fG}^1 \\ \sigma_{f1}^2 & \sigma_{f2}^2 & \dots & \sigma_{fG}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{f1}^M & \sigma_{f2}^M & \dots & \sigma_{fG}^M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & v_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & v_G \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \sigma_{f1}^1 & \sigma_{f2}^1 & \dots & \sigma_{fG}^1 \\ \sigma_{f1}^2 & \sigma_{f2}^2 & \dots & \sigma_{fG}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{f1}^M & \sigma_{f2}^M & \dots & \sigma_{fG}^M \end{pmatrix} V \quad (2.4)$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \gamma_M \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

dove σ_{fg}^m è la sezione d'urto microscopica di fissione dell'isotopo m nel gruppo g , Γ è una matrice diagonale con elementi γ_m rappresentanti la quantità di energia per fissione dell'elemento m -esimo mentre V è la matrice diagonale delle velocità v_g dei neutroni. Le quantità γ_m , v_g , W e σ_{fg}^m sono genericamente rappresentate come parametri (p_j) di sistema. I termini in cui compaiono le delta di Dirac rappresentano delle condizioni iniziali.


Nel caso si volesse, per semplicità, sostituire la condizione di potenza costante con la condizione di tasso di fissione costante, sarà sufficiente sostituire la matrice Γ con una matrice unitaria.

Nel seguito prenderemo in considerazione il caso generale di sistemi moltiplicanti sia critici sia sottocritici.

Il termine di sorgente \mathbf{s}_c nel secondo membro dell'equazione (2.2) è generalmente dato da una somma di funzioni delta definite in momenti specifici per tenere conto di caricamenti di combustibile e di operazioni di shuffling.

Nell'equazione (2.1) per il caso sottocritico si è scelto il controllo sulla sorgente. Nel caso il controllo rientrasse nell'operatore B , la metodologia diverrebbe analoga a quella relativa al reattore critico.

² Per generalità il numero di righe della matrice S è posto eguale al numero dei nuclidi considerati nell'evoluzione del nocciolo. Poiché gli elementi di S corrispondono a sezioni d'urto microscopiche di fissione, nel caso vengano considerati nel processo di evoluzione anche elementi non fissili, quali i prodotti di fissione, le righe corrispondenti ad essi saranno formate da zeri.

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	7	45

In problemi quasi-statici, quali quelli che interessano gli studi di burn-up, la derivata $\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t}$ risulta trascurabile. La sua notazione viene comunque mantenuta per consentire, come vedremo più avanti, la determinazione dell'operatore corretto che regge la funzione importanza.

Una forma del tutto generale di una risposta Q (lineare) può essere scritta nella forma

$$Q = \int_{t_0}^{t_F} dt \left(\langle \mathbf{h}_n^{+T} \mathbf{n} \rangle_{sys} + \langle \mathbf{h}_c^{+T} \mathbf{c} \rangle_{sys} + \mathbf{h}_p^+ \rho \right) \quad (2.6)$$

con $\mathbf{h}_n^+, \mathbf{h}_c^+, \mathbf{h}_p^+$ quantità date..

Dal procedimento di linearizzazione, e ricordando la regola di complementazione delle coordinate [1], si possono ottenere le equazioni lineari che reggono le funzioni derivate e le funzioni importanza.

Il sistema di equazioni delle funzioni derivate risulta:


$$\begin{pmatrix} \left(-\frac{\partial}{\partial t} + B \right) & \Omega_n & \omega_\rho \langle \xi_c(\cdot) \rangle_{sys} \\ \Omega_c & \left(-\frac{\partial}{\partial t} + E \right) & 0 \\ \langle \mathbf{c}^T \Gamma S \rangle_{sys} & \langle \mathbf{n}^T \Gamma S^T \rangle_{sys} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{n}/j \\ \mathbf{c}/j \\ \tilde{\rho}/j \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial \rho_j} \begin{pmatrix} \mathbf{m}(n) \\ \mathbf{m}(c) \\ \mathbf{m}(\rho) \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.7)$$

dove Ω_n e Ω_c sono gli operatori di accoppiamento $\frac{\partial(B\mathbf{n})}{\partial \mathbf{c}}$ e $\frac{\partial(\mathbf{E}\mathbf{c})}{\partial \mathbf{n}}$, rispettivamente³, ξ_c è un coefficiente eguale a 1 nei limiti dello spazio in cui è definito il parametro di controllo ρ ed eguale a zero altrimenti, e dove ω_ρ è dato dall'espressione

$$\omega_\rho = \kappa \frac{\partial B(\rho)}{\partial \rho} \mathbf{n} + (1 - \kappa) \mathbf{s}_n \quad (\kappa=1 \text{ per sistemi critici, } =0 \text{ per sistemi sottocritici}) \quad (2.8)$$

Le funzioni importanza: sono invece rette dalle equazioni

³ I termini $\frac{\partial(B\mathbf{n})}{\partial \mathbf{c}}$ e $\frac{\partial(\mathbf{E}\mathbf{c})}{\partial \mathbf{n}}$ rappresentano derivate di Frechet [6] (applicabili ad espressioni in cui compaiano operatori lineari).

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	8	45

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{\partial}{\partial t} + B^*\right) & \Omega_c^* & S^T \Gamma c < \cdot >_{\text{sys}} \\ \Omega_n^* & \left(\frac{\partial}{\partial t} + E_i^T\right) & S_1 \mathbf{n}_1 < \cdot >_{\text{sys}} \\ < \xi_c \omega_\rho^*(\cdot) >_{\text{sys}} & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \mathbf{n}^* \\ \mathbf{c}^* \\ \tilde{\rho}^* \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{h}_n^+ \\ \mathbf{h}_c^+ \\ \mathbf{h}_\rho^+ \end{vmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.9)$$

dove ω_ρ^* , Ω_n^* e Ω_c^* sono gli aggiunti degli operatori ω_ρ , Ω_n e Ω_c , rispettivamente.

Ponendo

$$\rho^* = < \tilde{\rho}^* >_{\text{sys}} \quad , \quad (2.10)$$

l'equazione corrispondente alla prima riga, relativa all'importanza dei neutroni, risulta:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + B^*\right) \mathbf{n}^* + \Omega_c^* \mathbf{c}^* + S^T \Gamma c \rho^* + \mathbf{h}_n^+ = \mathbf{0} \quad . \quad (2.11)$$

mentre l'equazione corrispondente alla seconda riga, relativa all'importanza dei nuclidi, risulta:


$$-\frac{\partial \mathbf{c}^*}{\partial t} = E^T \mathbf{c}^* + \Omega_n^* \mathbf{n}^* + S \mathbf{n} \rho^* + \mathbf{h}_c^+ \quad . \quad (2.12)$$

L'equazione corrispondente alla terza riga, relativa all'importanza associata alla potenza, risulta, ricordando la (2.8),

$$< \xi_c \mathbf{n}^*{}^T \frac{\partial B(\rho)}{\partial \rho} \mathbf{n} >_{\text{sys}} + (1 - \kappa) < \mathbf{n}^*{}^T \mathbf{s}_n >_{\text{sys}} + \mathbf{h}_\rho^+ = 0. \quad (2.13)$$

Nel caso in cui sia $\mathbf{h}_\rho^+ = 0$ questa equazione indica come la funzione importanza dei neutroni risulti ortogonale alla distribuzione nello spazio delle fasi della densità neutronica in sistemi critici, mentre in quelli sottocritici essa risulta ortogonale alla distribuzione della sorgente neutronica. Per i sistemi critici si può dire che la funzione importanza dei neutroni risulta vuota del modo fondamentale.


Va rilevato come il ruolo di questa funzione sia relativamente marginale rispetto a quello della ρ^* . Infatti, mentre quest'ultima rende conto degli effetti di una perturbazione sul livello della potenza durante l'evoluzione e quindi della necessaria modulazione del flusso per mantenerne il livello imposto attraverso il parametro di controllo, con la funzione \mathbf{n}^* si tiene conto solo degli effetti di eventuali alterazioni della distribuzione spaziale ed energetica della densità neutronica sulle quantità (micro_reaction_rates medie in ciascuna macrozona) che compaiono nella matrice

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	9	45

di evoluzione. È istruttivo osservare come nel caso dell'approssimazione ad un solo gruppo e geometria zero-dimensionale (come nel calcolo di cella) il valore di n^* risulti eguale a zero.

L'espressione generale della variazione δQ conseguente ad una perturbazione dei parametri del sistema può essere scritta nella forma

$$\delta Q = \sum_{j=1}^J \delta p_j \int_{t_0}^{t_F} dt \left(n^{*T} \frac{\partial \mathbf{m}_n}{\partial p_j} + \mathbf{c}^{*T} \frac{\partial \mathbf{m}_c}{\partial p_j} + \rho^* \frac{\partial m_p}{\partial p_j} \right) \quad (2.14)$$

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	10	45

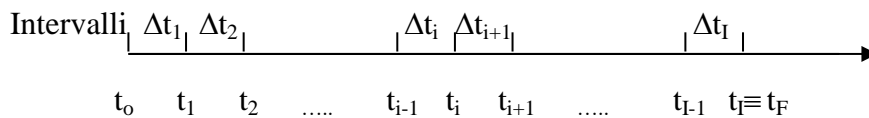
3. Schematizzazione di calcolo a step temporali

Nei calcoli di burn-up a step temporali la densità neutronica viene normalmente calcolata all'inizio di ogni step temporale per poter definire la matrice di evoluzione che regge la densità dei nuclidi. Essa rimane costante durante lo step medesimo per cui in tale intervallo l'equazione di evoluzione dei nuclidi può essere assunta lineare.

Il nocciolo viene inoltre suddiviso in macrozona z ($z=1,2,\dots,Z$) in cui nel calcolo di evoluzione vengono considerati i valori medi della densità neutronica e dei nuclidi che evolvono.

Nell'equazione che regge la densità neutronica la densità dei nuclidi evolventi che compaiono nell'operatore del trasporto, o della diffusione, sarà quindi data da valori medi di ciascuna macrozona.

Consideriamo ora l'intervallo di tempo considerato suddiviso in intervalli Δt_i come mostrato di seguito:




Come già accennato, con il metodo quasi-statico la densità di neutroni viene ricalcolata a tempi t_i specifici ($i = 0,1,2, \dots, I$). A tali tempi t_i essa viene normalizzata alla potenza assegnata.

L'espressione del tutto generale di una risposta Q (lineare, o linearizzata) può essere scritta nella forma (discretizzata nel tempo)

$$Q = \sum_{i=0}^I \left(\langle \mathbf{h}_{n,i}^{+T} \mathbf{n}_i \rangle_{\text{sys}} + \sum_{z=1}^Z \mathbf{V}_z \mathbf{h}_{c,i}^{+T} \mathbf{c}_{z,i} + h_{\rho,i}^+ \rho_i \right) \quad (3.1)$$

con $\mathbf{h}_{n,i}^+$, $\mathbf{h}_{c,i}^+$, $h_{\rho,i}^+$ quantità assegnate.

Seguendo la metodologia HGPT, per la funzione importanza può essere ottenuto uno schema di calcolo ricorrente, procedendo all'indietro a partire dal tempo finale t_F ($\equiv t_I$), .

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	11	45

Dal procedimento di linearizzazione, e ricordando la regola di complementazione delle coordinate [1], si possono ottenere le equazioni lineari che reggono le funzioni derivate e le funzioni importanza corrispondenti.

Nel generico intervallo temporale Δt_i le funzioni derivate sono caratterizzate da sorgenti definite al limite inferiore t_{i-1} dell'intervallo i -esimo. L'integrazione per il calcolo della funzione derivata $\mathbf{c}_{j,z}$ entro la macrozona z verrà quindi effettuata tra t_{i-1} e t_i . Si potrà allora scrivere il sistema di equazioni cui le funzioni derivate soddisfano, tenendo conto che la normalizzazione della densità neutronica alla potenza imposta avviene solo ai tempi discreti t_i . Tale sistema risulta:

$$\begin{array}{l}
 \left(-\frac{\partial}{\partial t} + B_{i-1} \right) \sum_{z'} \Omega_{n,i-1} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \delta(t-t_{i-1}) \frac{\langle \xi_{z'}(\cdot) \rangle_{\text{sys}}}{V_{z'}} dt \quad \omega_{\rho,i-1} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \delta(t-t_{i-1}) \langle \xi_c(\cdot) \rangle_{\text{sys}} dt \\
 \sum_{z'} \Omega_{c,z,i-1} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \delta(t-t_{i-1}) \frac{\langle \xi_{z'}(\cdot) \rangle_{\text{sys}}}{V_{z'}} dt \quad \sum_{z'} \left(-\frac{\partial}{\partial t} + E_{z,i-1} \right) \frac{\langle \xi_{z'}(\cdot) \rangle_{\text{sys}}}{V_{z'}} \quad 0 \\
 \sum_{z'} \mathbf{c}_{z',i-1}^T \Gamma S \int_{t_{i-1}}^{t_i} \delta(t-t_{i-1}) \langle \xi_{z'}(\cdot) \rangle_{\text{sys}} dt \quad \sum_{z'} \mathbf{n}_{z',i-1}^T \mathbf{n}_{z',i-1}^T \Gamma S^T \int_{t_{i-1}}^{t_i} \delta(t-t_{i-1}) \langle \xi_{z'}(\cdot) \rangle_{\text{sys}} dt \quad 0
 \end{array}
 \left| \right.$$

$$\begin{array}{l}
 \times \begin{array}{l} \mathbf{n}_{(i-1)/p} \\ \mathbf{c}_{(i-1)/p} \\ \tilde{\rho}_{(i-1)/p} \end{array} + \frac{\partial}{\partial p} \begin{array}{l} \mathbf{m}_{(n)} \\ \mathbf{m}_{(c)} \\ \mathbf{m}_{(p)} \end{array} \Big|_{(i-1)} = \mathbf{0} \quad (3.2)
 \end{array}$$

dove $\mathbf{n}_{(i-1)/p}$, $\mathbf{c}_{(i-1)/p}$ e $\tilde{\rho}_{(i-1)/p}$ rappresentano funzioni definite entro l'intervallo di tempo Δt_i , mentre:

- $z (=1,2,\dots,Z)$ è indice di macrozona in cui le densità dei materiali vengono mediate,
- $\xi_z(\mathbf{r}) = 1$ per \mathbf{r} nella macrozona z e $=0$ altrove,
- $\xi_c(\mathbf{r}) = 1$ per \mathbf{r} nello spazio in cui è definito il parametro ρ e $=0$ altrove,
- $\omega_{\rho,i-1,z}$ è dato dall'espressione

$$\omega_{\rho,i-1} = \kappa \left(\frac{\partial B_{i-1}(\rho)}{\partial \rho} \right) \mathbf{n}_{i-1} + (1-\kappa) \mathbf{s}_{n,i-1} \quad (\kappa=1 \text{ per sistemi critici, } =0 \text{ per sistemi sottocritici}) \quad (3.3)$$

- $\Omega_{n,i-1}$ e $\Omega_{c,z,i-1}$ rappresentano gli operatori di accoppiamento $\frac{\partial(B_{i-1}\mathbf{n})}{\partial \mathbf{c}_i}$ e $\frac{\partial(E_{z,i-1}\mathbf{c})}{\partial \mathbf{n}_{z,i-1}}$.

Nel generico intervallo temporale Δt_i le funzioni importanza sono invece caratterizzate da sorgenti definite al limite superiore t_i . L'integrazione entro tale intervallo della funzione \mathbf{c}^* verrà quindi effettuata tra t_i e t_{i-1} . Applicando le regole di inversione dell'ordine degli operatori si potrà quindi scrivere l'equazione

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	12	45

$$\begin{array}{l}
\left(\frac{\partial}{\partial t} + B_i^* \right) \sum_{z'} \Omega_{c,z,i}^* \delta(t-t_i) \int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} \frac{\langle \xi_{z'}(\cdot) \rangle_{\text{sys}}}{V_{z'}} dt \quad \delta(t-t_i) S^T \Gamma \sum_{z'} \xi_{z'} \mathbf{c}_{z',i} \int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} dt \langle (\cdot) \rangle_{\text{sys}} \\
\sum_{z'} \Omega_{n,i}^* \delta(t-t_i) \int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} \frac{\langle \xi_{z'}(\cdot) \rangle_{\text{sys}}}{V_{z'}} dt \quad \sum_{z'} \left(\frac{\partial}{\partial t} + E_{z',i}^T \right) \frac{\langle \xi_{z'}(\cdot) \rangle_{\text{sys}}}{V_{z'}} \quad \delta(t-t_i) S^T \Gamma \sum_{z'} \xi_{z'} \mathbf{n}_{z',i} \int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} dt \langle (\cdot) \rangle_{\text{sys}} \\
\delta(t-t_i) \langle \xi_c \boldsymbol{\omega}_{p,i}^T \int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} (\cdot) dt \rangle_{\text{sys}} \quad 0 \quad 0
\end{array} \left| \begin{array}{l} \mathbf{n}_i^* \\ \mathbf{c}_i^* \\ \tilde{\rho}_i^* \end{array} \right.$$

$$+ \delta(t-t_i) \begin{array}{l} \mathbf{h}_{n,i}^+ \\ \mathbf{h}_{c,i}^+ \\ \mathbf{h}_{p,i}^+ \end{array} = \mathbf{0} \quad (3.4)$$

dove \mathbf{n}_i^* , \mathbf{c}_i^* e $\tilde{\rho}_i^*$ rappresentano funzioni definite entro l'intervallo di tempo Δt_i , mentre $\Omega_{n,i}^*$ e $\Omega_{c,z,i}^*$ sono gli aggiunti degli operatori di accoppiamento $\Omega_{n,i}$ e $\Omega_{c,z,i}$, rispettivamente.

Equazione dell'importanza neutronica:


Dalla prima riga del sistema di equazioni rappresentato dalla (3.4) si ottiene l'equazione che governa l'importanza dei neutroni:

$$-\frac{\partial \mathbf{n}_i^*}{\partial t} = B_i^* \mathbf{n}_i^* + \sum_{z'=1}^Z \Omega_{c,z,i}^* \delta(t-t_i) \int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} \frac{\langle \xi_{z'}(\mathbf{r}) \mathbf{c}_i^* \rangle_{\text{sys}}}{V_{z'}} dt + \delta(t-t_i) S^T \Gamma \sum_{z'=1}^Z \xi_{z'} \mathbf{c}_{z',i} \int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} \langle \tilde{\rho}_i^* \rangle_{\text{sys}} dt + \delta(t-t_i) \mathbf{h}_{n,i}^+ \quad (3.5)$$

Integrando tra (t_{i-1}^+) e (t_i^+) si ha:

$$\mathbf{n}^*(t_{i-1}^+) = \mathbf{n}^*(t_i^+) + B_i^* \int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} \mathbf{n}^* dt + \sum_{z'=1}^Z \Omega_{c,z,i}^* \int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} \frac{\langle \xi_{z'}(\mathbf{r}) \mathbf{c}^* \rangle_{\text{sys}}}{V_{z'}} dt + S^T \Gamma \sum_{z'=1}^Z \xi_{z'} \mathbf{c}_{z',i} \int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} \langle \tilde{\rho}^* \rangle_{\text{sys}} dt + \mathbf{h}_{n,i}^+ \quad (3.6)$$

Osserviamo come la funzione $\mathbf{n}^*(t_i^+)$ sia uguale a zero, essendo le sorgenti aggiunte nello step considerato poste ad un tempo precedente (t_i). Inoltre anche $\mathbf{n}^*(t_{i-1}^+)$ risulta eguale a zero. Infatti, il numero di cicli di fissione nello step $[t_{i-1}^+, t_i]$ è dell'ordine di $\Delta t_i / l_{\text{prompt}}$ e quindi, essendo Δt_i di vari ordini di grandezza maggiore di l_{prompt} , un neutrone immesso al tempo (t_{i-1}^+) tenderebbe a produrre rapidamente entro l'intervallo Δt_i un aumento del flusso con una distribuzione via via più vicina al modo fondamentale. Poiché la potenza del sistema è imposta,

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	13	45

il parametro di controllo correggerà tale aumento vanificandolo e pertanto l'importanza di tale neutrone risulterà nulla.

Definiamo quindi:

$$\rho^* = \langle \tilde{\rho}^* \rangle_{\text{sys}} , \quad \Psi_i^* = \int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} \mathbf{n}^* dt . \quad (3.7)$$

Potremo quindi riscrivere la (3.6), in generale, per sistemi sia critici che sottocritici, che diventa

$$B_i^* \Psi_i^* + \sum_{z'=1}^Z \Omega_{c,z',i}^* \int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} \frac{\langle \xi_{z'}(\mathbf{r}) \mathbf{c}^* \rangle_{\text{sys}}}{V_{z'}} dt + S^T \Gamma \sum_{z'=1}^Z \xi_{z'} \mathbf{c}_{z',i} \int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} \rho^* dt + \mathbf{h}_{n,i}^+ = 0 . \quad (3.8)$$

Come si vede, l'equazione è definita in tutto il sistema e richiede la conoscenza delle funzioni importanza relative ai nuclidi nelle varie zone.

Equazione relativa all'importanza dei nuclidi

Dalla seconda riga del sistema di equazioni rappresentato dalla (3.4) si ottiene l'equazione che governa l'importanza dei nuclidi:

$$-\frac{\partial \mathbf{c}_z^*}{\partial t} = E_{z,i}^T \mathbf{c}_z^* + \Omega_{n,z,i}^* \delta(t - t_i) \Psi_z^* + \delta(t - t_i) S \Gamma \mathbf{n}_{z,i} \int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} \rho^* dt + \delta(t - t_i) \mathbf{h}_{c,z,i}^+ . \quad (3.9)$$

Equazione relativa all'importanza dei nuclidi nel tratto (t_{i-1}^+, t_i) ,

Prendiamo in considerazione l'equazione corrispondente alla terza riga della (3.4). Integrando tra t_{i-1}^+ e t_i^+ possiamo scrivere, ricordando la (3.3),

$$\langle \xi_c \Psi_i^{*T} \left[\kappa \left(\frac{\partial B_i(\rho)}{\partial \rho} \right) \mathbf{n}_i + (1 - \kappa) \mathbf{s}_{n,i} \right] \rangle_{\text{sys}} + \mathbf{h}_{\rho,i}^+ = 0 \quad (3.10)$$

Nel caso in cui $\mathbf{h}_\rho^+ = 0$, questa equazione rappresenta, nel caso di sistemi critici, una condizione di ortogonalità per Ψ_i^* rispetto al modo fondamentale \mathbf{n}_i , mentre nel caso di sistemi sottocritici la funzione Ψ_i^* risulta ortogonale alla sorgente $\mathbf{s}_{n,i}$.

*Soluzione per ρ^**

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	14	45

L'equazione relativa a ρ^* si ottiene moltiplicando a sinistra la (3.8) per \mathbf{n}_i e quindi integrandola nello spazio delle fasi. Poiché si verifica facilmente che

$$\langle \mathbf{n}_i^T B_{z,i}^* \boldsymbol{\psi}^* \rangle = \langle \boldsymbol{\psi}^{*T} B_{z,i} \mathbf{n}_i \rangle = (\kappa - 1) \langle \boldsymbol{\psi}^{*T} \mathbf{s}_n \rangle \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ per sistemi critici} \\ 0 \text{ per sistemi sottocr.} \end{array} \right. \quad (3.11)$$

si avrà

$$\int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} \rho_i^* dt = - \frac{(\kappa - 1) \langle \boldsymbol{\psi}_i^{*T} \mathbf{s}_{n,i} \rangle_{\text{syst}} + \sum_{z=1}^Z V_z \mathbf{n}_{z,i}^T \Omega_{c,z,i}^* \int_{t_{i-1}^+}^{t_i^+} \mathbf{c}_z^* dt + \langle \mathbf{n}_i^T \mathbf{h}_{n,i}^+ \rangle_{\text{syst}}}{W} \quad (3.12)$$

Con calcoli ricorrenti e numero crescente di iterazioni interne, l'insieme delle equazioni (3.8), (3.9) e (3.12) consente, in generale, di convergere a valori via via più precisi, sia per i reattori critici che per quelli sottocritici. Fissata una precisione soddisfacente, il numero di iterazioni interne ovviamente decrescerà con l'aumentare del numero di step temporali considerato. Normalmente, nei calcoli di burn-up viene scelto un numero di step temporali adeguato per evitare la necessità di ricorrere ad iterazioni interne. .

Per il calcolo della funzione $\boldsymbol{\psi}_i^*$ retta dall'equazione (3.8) si assumeranno i valori delle importanze \mathbf{c}^* e ρ^* all'estremo superiore t_i di ciascuno step i -esimo. Si avranno quindi le equazioni discretizzate


$$B_i^* \boldsymbol{\psi}_i^* + \sum_{z=1}^Z \xi_z(\mathbf{r}) \Omega_{c,z,i}^* \mathbf{c}_{z,i}^* \Delta_i + S^T \Gamma \sum_{z=1}^Z \xi_z(\mathbf{r}) \mathbf{c}_{z,i} \hat{\rho}_i^* \Delta_i + \mathbf{h}_{n,i}^+ = 0 \quad (3.13)$$

$$\hat{\rho}_i^* = - \frac{\sum_{z=1}^Z \left(V_z \mathbf{n}_{z,i}^T \Omega_{c,z,i}^* \mathbf{c}_{z,i}^* + \frac{(\kappa - 1) \langle \boldsymbol{\psi}_{z,i}^{*T} \mathbf{s}_{n,z,i} \rangle_{V_z} + \langle \mathbf{n}_i^T \mathbf{h}_{n,i}^+ \rangle_{V_z}}{\Delta_i} \right)}{W} \quad (3.14)$$

Queste due equazioni implicano che, in generale, il calcolo debba procedere in parallelo nelle singole macrozone.

Analogamente, per l'equazione relativa all'importanza dei nuclidi, potremo scrivere

$$-\frac{\partial \mathbf{c}_z^*}{\partial t} = E_i^T \mathbf{c}_z^* + \Omega_{n,z,i}^* \delta(t - t_i) \boldsymbol{\psi}_{z,i}^* + \delta(t - t_i) S \Gamma \mathbf{n}_{z,i} \hat{\rho}_i^* \Delta_i + \delta(t - t_i) \mathbf{h}_{c,z,i}^+ \quad (3.15)$$


 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	15	45

Come vedremo nel seguito, definito il funzionale di riferimento da studiare, e definite quindi le condizioni ‘iniziali’ a t_F delle funzioni importanza, le equazioni (3.13), (3.14) e (3.15) consentono di stabilire un processo ricorrente per la loro integrazione fino a t_0 .

Espressione perturbativa

L'espressione perturbazione (limitandoci a considerare gli effetti indiretti, cioè quelli che non influenzano i parametri che definiscono i termini di sorgente $\mathbf{h}_{n,i}^+$, $\mathbf{h}_{c,i}^+$ and $\mathbf{h}_{p,i}^+$, può essere scritta come:

$$\delta Q = \sum_{j=1}^J \delta p_j \sum_{i=1}^I \sum_{z=1}^Z V_z \left(\boldsymbol{\Psi}_i^{*T} \frac{\partial \mathbf{m}_{n,z,i}}{\partial p_j} \Delta_i + \left(\int_{\Delta_i} \mathbf{c}_z^{*T} dt \right) \frac{\partial \mathbf{m}_{c,z,i}}{\partial p_j} + \rho_i^* \frac{\partial \mathbf{m}_{p,z,i}}{\partial p_j} \Delta_i \right) \quad (3.16)$$

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	16	45

4. Test dimostrativi

Nel seguito verranno illustrati i risultati dei test svolti per dimostrare la validità della metodologia HGPT-BU per l'analisi perturbativa e di sensitività di vari funzionali d'interesse. Rispetto ai casi presi in esame nello studio precedente [3], in cui ci si era limitati all'analisi di cella singola, utile per lo studio di scenari energetici, è stata qui affrontata la problematica dell'analisi di sistemi multizona, necessaria per l'analisi di progetto e di comportamento di un sistema specifico. Le caratteristiche neutroniche del sistema preso in esame sono state scelte sulla base dei dati fisici del reattore ALFRED [4], illustrato in pianta nella Fig. 1. Il modello semplificato scelto ha comportato il collassamento ad un gruppo energetico delle sezioni d'urto mediante calcoli di cella con il codice ECCO implementato in ERANOS e l'adozione di una geometria cilindrica monodimensionale. Il nocciolo è stato suddiviso in due macrozone di arricchimento del combustibile: una interna, con raggio di 70 cm, ed una esterna, a maggiore arricchimento di materiale fissile, compresa tra 70 e 110 cm di raggio, seguita da un riflettore di piombo dello spessore di 50 cm. Ciascuna delle prime due macrozone rappresenta una zona di evoluzione caratterizzata da valori delle densità degli isotopi evolventi spazialmente mediati. Oltre ai materiali strutturali e del refrigerante (piombo), nel nocciolo sono stati assunti come combustibili, sotto forma di ossidi, il Pu239 (soggetto a burn-up e trasmutazione) ed il Pu240 (soggetto a solo burn-up), il primo con densità iniziale (in nuclei/cm³) di 1.66E+20 e 1.94E+20, il secondo con densità 1.94E+20 e 8.40E+19, nelle zone interna ed esterna, rispettivamente. Nel seguito le densità medie dei nuclidi Pu239 e Pu240 nella zona con indice z verranno indicate con la notazione $c_{1,z}$ e $c_{2,z}$, rispettivamente. I flussi sono normalizzati al tasso di fissione globale di 1.51E+17 fiss/sec, corrispondente alla potenza di 300 MWt. Come modalità di controllo è stata assunto, per semplicità, un parametro (ρ) come coefficiente della sorgente di fissione.

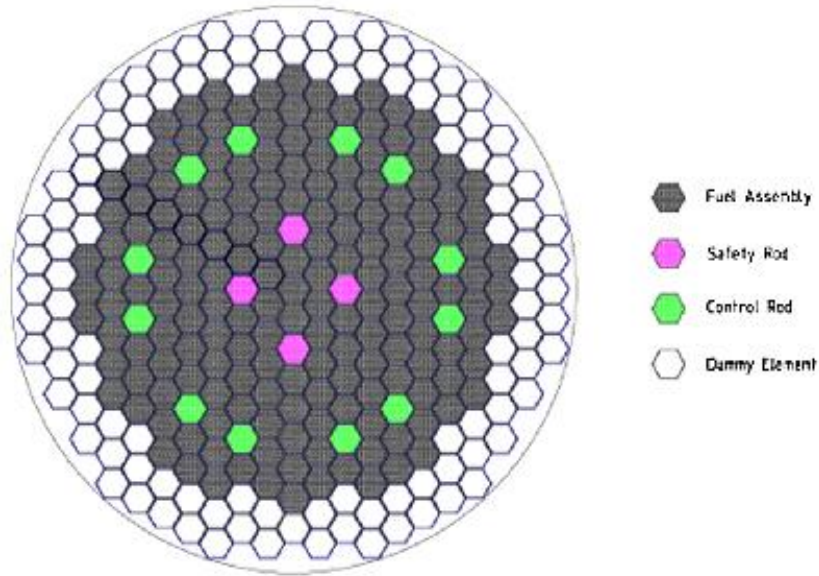


Fig. 1. Layout del nocciolo del reattore ALFRED

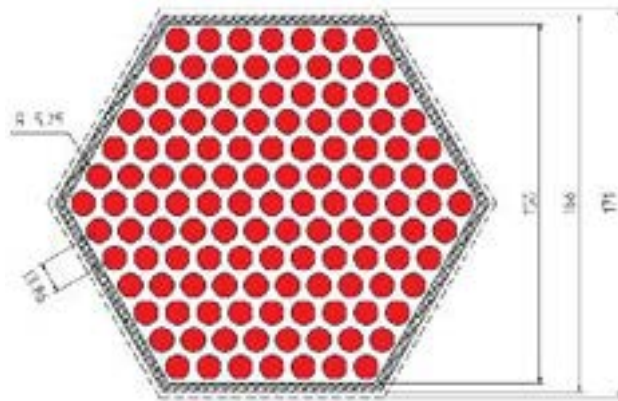


Fig. 2. Fuel assembly cross-section

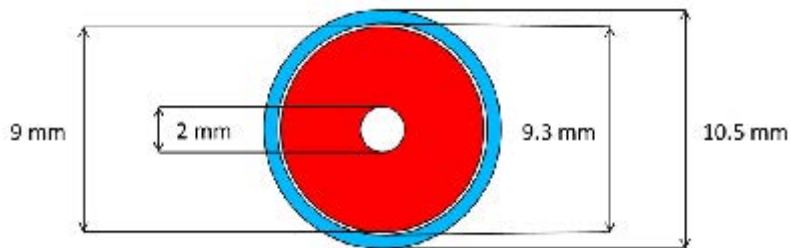



Fig. 3. Fuel pin cross-section

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione ADPFISS – LP2 – 117	Rev. 0	Distrib. L	Pag. 18	di 45
--	--	------------------	----------------------	-------------------	-----------------

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	19	45

4.1. Funzionale: densità media del Pu239 nella zona esterna del nocciolo a fine ciclo

La sorgente aggiunta corrispondente a questo funzionale è definita come

$$\mathbf{h}_z^+ = \delta(t - t_1) \begin{vmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{c,z}^+ \\ 0 \end{vmatrix}, \quad (4.1)$$

dove $\mathbf{h}_{c,z}^+ \left(\equiv \begin{vmatrix} 1 \\ \xi_{z2} \end{vmatrix} \right)$ è un vettore definito nella macrozona Z2, con componente diverso da zero ed eguale all'unità solo in corrispondenza della posizione del nuclide (in questo caso c_1) di cui si sta analizzando l'accumulo al tempo finale t_1 .

All'interno di ciascuna macrozona z la densità dei neutroni, quella dei nuclidi e il parametro di controllo ρ soddisfano le equazioni

$$-\frac{\partial n}{\partial t} + D\nabla^2 n + \sum_{z=1}^2 \xi_z n \{ [\rho v \sigma_{f,1} - (\sigma_{f,1} + \sigma_{c,1})] c_{1,z} + [\rho v \sigma_{f,2} - (\sigma_{f,2} + \sigma_{c,2})] c_{2,z} \} = 0 \quad (4.2)$$

$$-\frac{\partial c_{1,z}}{\partial t} - (\sigma_{f,1} + \sigma_{c,1}) n_z c_{1,z} + c_{1,0,z} \delta(t - t_0) = 0 \quad (z=1,2) \quad (4.3)$$

$$-\frac{\partial c_{2,z}}{\partial t} + \sigma_{1,a} n_z c_{1,z} - (\sigma_{f,2} + \sigma_{c,2}) n_z c_{2,z} + c_{2,0,z} \delta(t - t_0) = 0 \quad (z=1,2) \quad (4.4)$$

$$\sum_{z=1}^2 V_z (\sigma_{f,1} c_{1,z} + \sigma_{f,2} c_{2,z}) n_z - W = 0 \quad (4.5)$$

dove n_z rappresenta il valore medio della densità neutronica nella macrozona z .

La distribuzione del flusso ad inizio ciclo e l'andamento temporale della densità dei nuclidi nelle due macrozone sono riportati nei grafici della Fig. 4 e nelle Figg. 5÷8, rispettivamente.

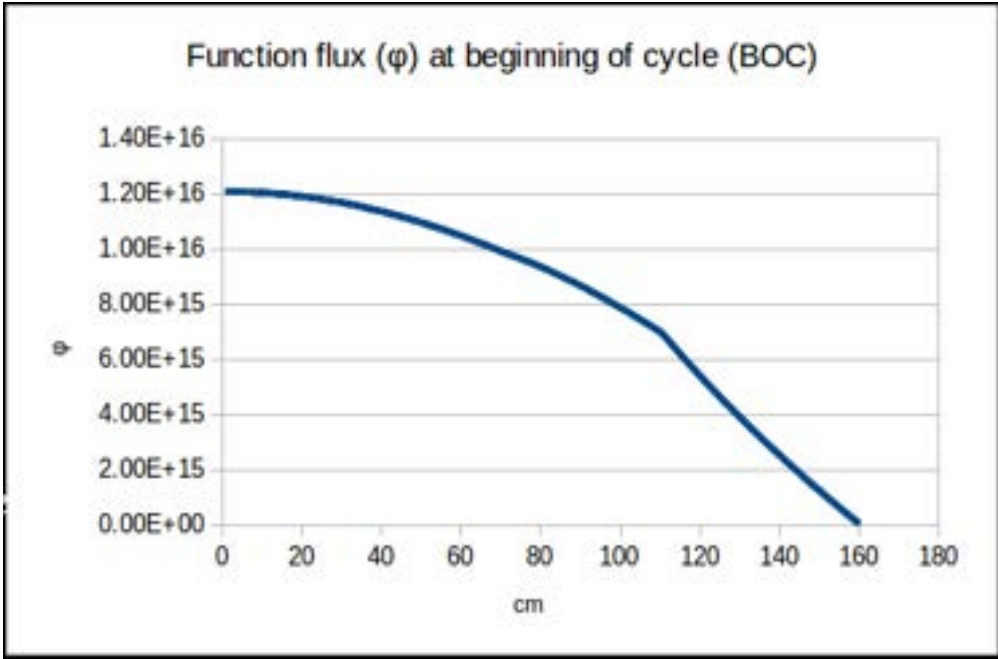


Fig. 4. Distribuzione spaziale del flusso neutronico al tempo iniziale

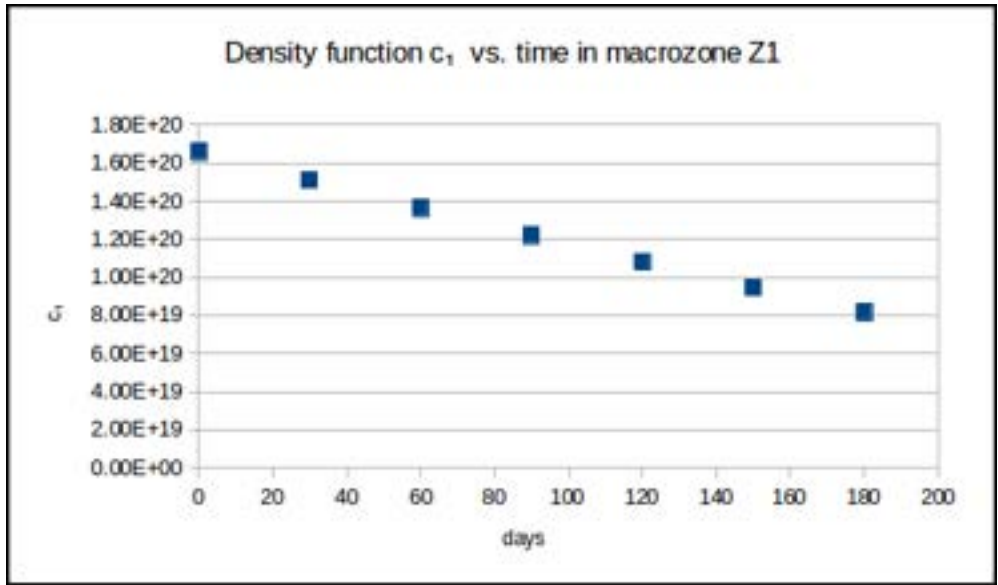


Fig. 5. Andamento di $c_1(t)$ nella macrozona Z1

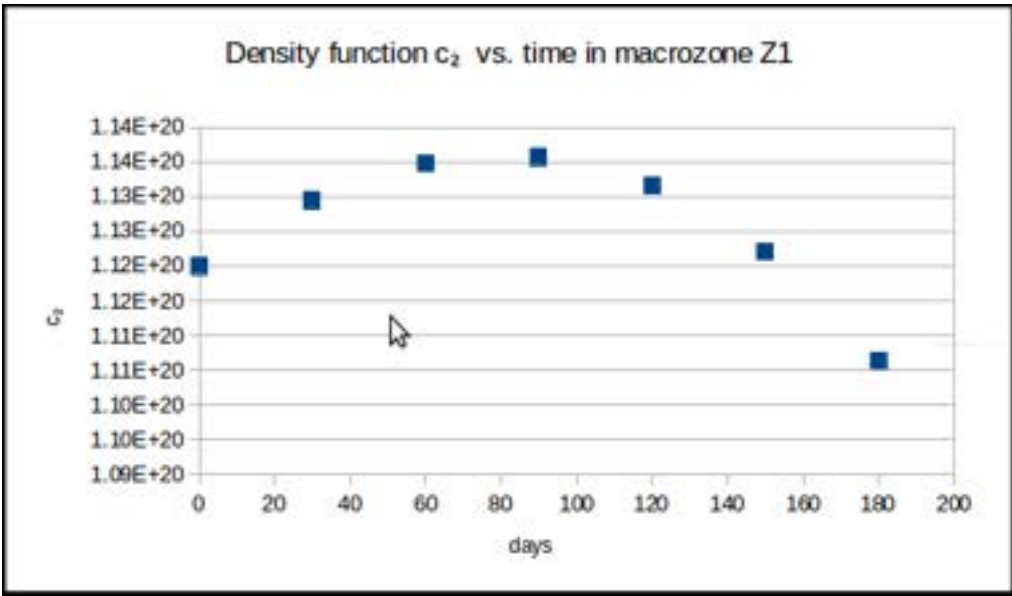


Fig. 6. Andamento di $c_2(t)$ nella macrozona Z1

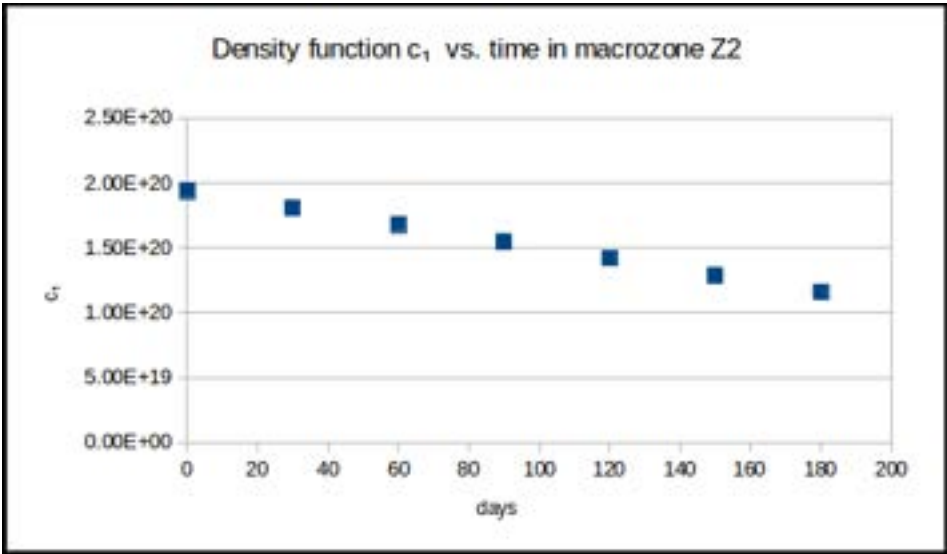


Fig. 7. Andamento di $c_1(t)$ nella macrozona Z2

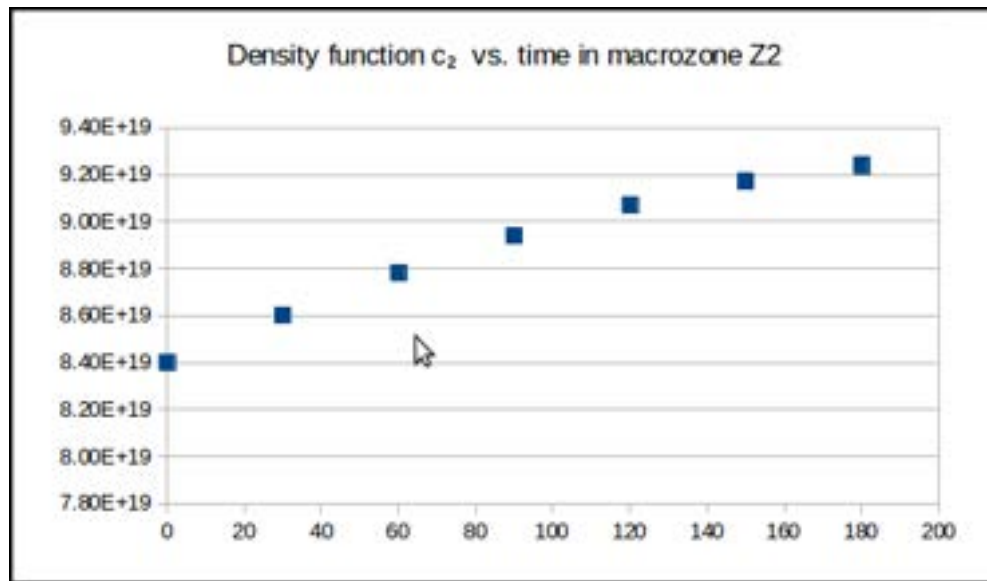


Fig. 8. Andamento di $c_2(t)$ nella macrozona Z2

Nei grafici delle Figg. 5 ÷ 8 sono riportati gli andamenti delle concentrazioni dei nuclidi c_1 e c_2 nelle macrozone Z1 e Z2. Notiamo come nella macrozona Z1, mentre la densità del Pu239 diminuisce gradualmente nel tempo a seguito del suo bruciamento durante il ciclo, quella del Pu240 sale fino a un massimo a circa 90 giorni per poi scendere gradualmente. Ciò è attribuibile all'effetto della trasmutazione del Pu239, che in un primo periodo, in cui la sua densità è più alta, è maggiore, per poi, dopo un valore massimo, ridursi gradualmente con il burn-up. Nel primo periodo abbiamo quindi un tasso di produzione di nuovo fissile Pu240 che supera il tasso di bruciamento di quest'ultimo, da cui il suo aumento, mentre nel secondo periodo avviene il contrario, per cui si ha una sua diminuzione. Nella macrozona Z2 il grafico indica invece un aumento graduale del Pu240 durante tutto il ciclo. Data la minore intensità dei processi di burn-up per la minore intensità del flusso, e quindi per il minore impoverimento del Pu239, evidentemente durante il ciclo non si è raggiunta in questa macrozona per il Pu240 una condizione di equilibrio tra i processi di impoverimento per cattura e di arricchimento per trasmutazione del Pu239.

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	23	45

$$\begin{array}{c}
\left(\frac{d}{dt} + B_i^* \right) \\
\left\langle n_i \left[\frac{D_{/1,z} \nabla^2 + [\rho v \sigma_{f,1}]}{-(\sigma_{f,1} + \sigma_{c,1})} \right] (\cdot) \right\rangle_z \\
\frac{V_z}{V_z} \\
\left\langle n_i \left[\frac{D_{/2,z} \nabla^2 + [\rho v \sigma_{f,2}]}{-(\sigma_{f,2} + \sigma_{c,2})} \right] (\cdot) \right\rangle_z \\
\frac{V_z}{V_z} \\
\sum_{z'} (\cdot) \xi_{c,1} \left(\left\langle n_i (v \sigma_{f,1} c_{1,i}) \right\rangle_{z'} + v \sigma_{f,2} c_{1,z',2} \right)
\end{array}
\begin{array}{c}
- \sum_{z=1}^2 \xi_z (\sigma_{f,1} + \sigma_{c,1}) c_{1,z,i} \\
\left[\frac{d}{dt} (\sigma_{f,1} + \sigma_{c,1}) n_{z,i} \right] \\
0 \\
0
\end{array}
\begin{array}{c}
\sum_{z=1}^2 \xi_z \left[\begin{array}{c} -(\sigma_{f,2} + \sigma_{c,2}) c_{2,z,i} \\ + \sigma_{1,a} c_{1,z,i} \end{array} \right] \\
\left[\frac{d}{dt} (\sigma_{f,1} + \sigma_{c,1}) n_{z,i} \right] \\
\left[\frac{d}{dt} - (\sigma_{f,2} + \sigma_{c,2}) n_{z,i} \right] \\
0
\end{array}
\begin{array}{c}
\left[\begin{array}{c} \sum_{z=1}^2 \xi_z (\mathbf{r}) (\sigma_{f,1} c_{1,z,i} \\ + \sigma_{f,2} c_{2,z,i}) \rho_i^* \end{array} \right] \\
\sigma_{a,1} n_{z,i} \\
\sigma_{f,1} n_{z,i} \\
\sigma_{f,2} n_{z,i} \\
0
\end{array}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\left| \begin{array}{c} n_i^* \\ c_{1,i,z}^* \\ c_{2,i,z}^* \\ \rho_{1i}^* \end{array} \right| + \delta(t - t_1) \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{array} = 0
\end{array} \quad (4.6)$$

Ricordando la funzione ψ_i^* definita nell'Eq. (3.7), dalla prima riga, integrata entro lo step temporale i-esimo, si ricava l'equazione relativa all'importanza neutronica integrata:

$$\begin{aligned}
B_i^* \psi_i^*(\mathbf{r}) - \sum_{z=1}^2 \xi_z(\mathbf{r}) (\sigma_{f,1} + \sigma_{c,1}) c_{1,z,i} c_{1,z,i}^* \Delta_i + \sum_{z=1}^2 \xi_z(\mathbf{r}) \left\{ -(\sigma_{f,2} + \sigma_{c,2}) c_{2,z,i} + \sigma_{1,a} c_{1,z,i} \right\} c_{2,z,i}^* \Delta_i \\
+ \sum_{z=1}^2 \xi_z(\mathbf{r}) (\sigma_{f,1} c_{1,z,i} + \sigma_{f,2} c_{2,z,i}) \rho_i^* \Delta_i = 0
\end{aligned} \quad (4.7)$$

Dalla seconda e terza riga si ottengono le equazioni relative all'importanza dei nuclidi:

$$-\frac{\partial c_{1,z}^*}{\partial t} = -(\sigma_{f,1} + \sigma_{c,1}) n_{z,i} c_{1,z}^* + \sigma_{a,1} n_{z,i} c_{2,z}^* + \frac{1}{V_z} \left\langle n_i \left[D_{/1,z} \nabla^2 + [\rho v \sigma_{f,1} - (\sigma_{f,1} + \sigma_{c,1})] \right] \frac{\psi_i^*}{\Delta_i} \right\rangle_z + \sigma_{f,1} n_{z,i} \rho_i^* + \delta(t - t_1) \quad (4.8)$$

$$-\frac{\partial c_{2,z}^*}{\partial t} = -(\sigma_{f,2} + \sigma_{c,2}) n_{z,i} c_{2,z}^* + \frac{1}{V_z} \left\langle n_i \left[D_{/2,z} \nabla^2 + [\rho v \sigma_{f,2} - (\sigma_{f,2} + \sigma_{c,2})] \right] \frac{\psi_i^*}{\Delta_i} \right\rangle_z + \sigma_{f,2} n_{z,i} \rho_i^* \quad (4.9)$$

Moltiplicando a sinistra l'Eq. (4.7) per il flusso ed integrando nello spazio, si ottiene la definizione di ρ^* :

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	24	45

$$\rho_i^* = \frac{\sum_{z=1}^2 V_z n_{z,i} \left\{ (\sigma_{f,1} + \sigma_{c,1}) c_{1,z,i} c_{1,z,i}^* + [(\sigma_{f,2} + \sigma_{c,2}) c_{2,z,i} - \sigma_{a,1} c_{1,z,i}] c_{2,z,i}^* \right\}}{W} \quad (4.10)$$

L'equazione corrispondente alla quarta riga della (4.6) è una condizione di ortonormalità cui deve soddisfare la funzione importanza dei nuclidi, e quindi l'importanza integrata ψ_i^* . In questo caso, ξ_c essendo evidentemente eguale all'unità, si avrà

$$\sum_{z'} \left(\langle \psi_i^* n_i (v \sigma_{f,1} c_{1,i} + v \sigma_{f,2} c_{1,z',2}) \rangle_{z'} + \delta(t - t_F) \right) = 0 \quad (4.11)$$

I termini $\langle n(D_{/m,z} \nabla^2 n^* \rangle_z$ che compaiono nelle Eqz.(4.8) e (4.9), che nel bilancio dell'importanza corrispondono agli effetti dell'immissione nella macrozona z del nuclide m sul termine di leakage, possono essere effettuati mediante le normali procedure di calcolo perturbativo. $D_{/m,z}$ è dato quindi dall'espressione

$$D_{/m,z} = \frac{\partial D_z}{\partial c_{m,z}} \equiv \frac{\partial}{\partial c_{m,z}} \left(\frac{1}{3(\Sigma_{altri,tot} + \sum_{m'=1}^2 \sigma_{m',tot} c_{m',z})} \right) = -3D_z^2 \sigma_{m,tot} \quad (4.12)$$

Le condizioni 'finali' per il calcolo, considerando come funzionale Q in studio la densità a t_I dell'elemento c_1 , risultano


$$\rho_I^* = \frac{\sum_{z=1}^2 V_z n_{z,1} [(\sigma_{f,2} + \sigma_{c,2}) c_{2,z}(t_F) - \sigma_{a,1} c_{1,z}(t_F)] \delta_{2z}}{W} \quad (4.13)$$

$$\psi_I^* \equiv \psi^*(t_I) = 0, \quad c_{1,z1}^*(t_I) = 0, \quad c_{1,z2}^*(t_I) = 1, \quad c_{2,z1}^*(t_I) = 0, \quad c_{2,z2}^*(t_I) = 0, \quad \rho^*(t_I) = 0 \quad (4.14)$$

Queste condizioni 'finali' consentono di calcolare le importanze $c_{1,z}^*(t_{I-1})$ e $c_{2,z}^*(t_{I-1})$

(z=1,2) nello step temporale (I-1)-esimo. La sequenza di calcoli da effettuare per ciascun step i, procedendo a cascata fino al primo, sarà quindi:

$$c_i^* \rightarrow \rho_i^* \rightarrow \psi_i^*$$

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	25	45

L'espressione perturbativa della variazione $\delta c_{1,Z2}$ della densità c_1 al tempo t_1 nella macrozona Z2 prodotta dalla perturbazione della densità $\delta c_{1,Z1}$ di c_1 al tempo t_0 nella macrozona Z1 sarà data dall'espressione

$$\delta Q = c_{1,Z1}^*(t_0) \delta c_{1,Z1}(t_0) V_{Z1}. \quad (4.15)$$

I risultati dei calcoli svolti per questo caso sono riportati nella tabella 1.

Tabella 1. Funzionale $Q=c_1(t_F)$ nella macrozona esterna (Z2)

Funzionale $Q = \langle c_1(t_F) \rangle_{Z2}$	Perturbaz.: +1% di $c_1(t_0)$ nella zona interna
	6 step temporali
δQ (calcolo diretto)	6.9714E+22
δQ (calcolo HGPT-BU)	6.5203E+22
Scarto tra calcolo HGTP-BU e calcolo diretto	6.5%

Nei grafici delle Figg. 9 e 10 sono riportati, rispettivamente, gli andamenti delle concentrazioni delle funzioni importanza c_1^* e c_2^* nella macrozona Z1. Per spiegare questi andamenti va ricordato che il valore della funzione importanza di un nuclide in un determinato punto e tempo corrisponde al contributo al funzionale cui tale importanza è associata, dovuta all'immissione di un suo nucleo in quel punto e tempo. Va ricordato altresì che in questo caso il funzionale si trova in una macrozona diversa (Z2) da quella (Z1) in cui si riferiscono le importanze in questione. Pertanto gli effetti sul funzionale in studio dovuti all'immissione di un nucleo dell'elemento loro associato nella macrozona Z1 sono quindi dovuti interamente alla conseguente alterazione del flusso neutronico. Tali effetti sono positivi, seppure con andamenti diversi, per entrambe le funzioni importanza c_1^* e c_2^* . Ciò è spiegabile con il fatto che l'immissione di un nucleo di materiale fissile in una macrozona produce una relativa riduzione dell'intensità del flusso nella stessa macrozona, e relativo aumento nell'altra. Ciò per il meccanismo immediato del controllo che impone il reset del tasso globale di fissione. Tale diminuzione del flusso è a sua volta interpretabile in questo caso osservando l'andamento dalla distribuzione spaziale dell'importanza ψ^* associata allo stesso funzionale e rappresentata nel grafico della Fig 11 (relativa al quinto step temporale ma comunque con distribuzione simile anche negli altri step). Ricordando il significato fisico della funzione

importanza, dall'andamento della ψ^* osserviamo come l'immissione di un neutrone nella macrozona Z1 determini un effetto positivo sul funzionale associato. Poiché l'introduzione nella stessa macrozona di un nucleo relativo a c_1 o c_2 produce, come abbiamo visto, una riduzione del flusso neutronico, e quindi una relativa riduzione della densità dei neutroni, i valori della c_1^* e c_2^* nella stessa macrozona. saranno conseguentemente positivi per il diminuito tasso di bruciamento dei nuclidi associati..

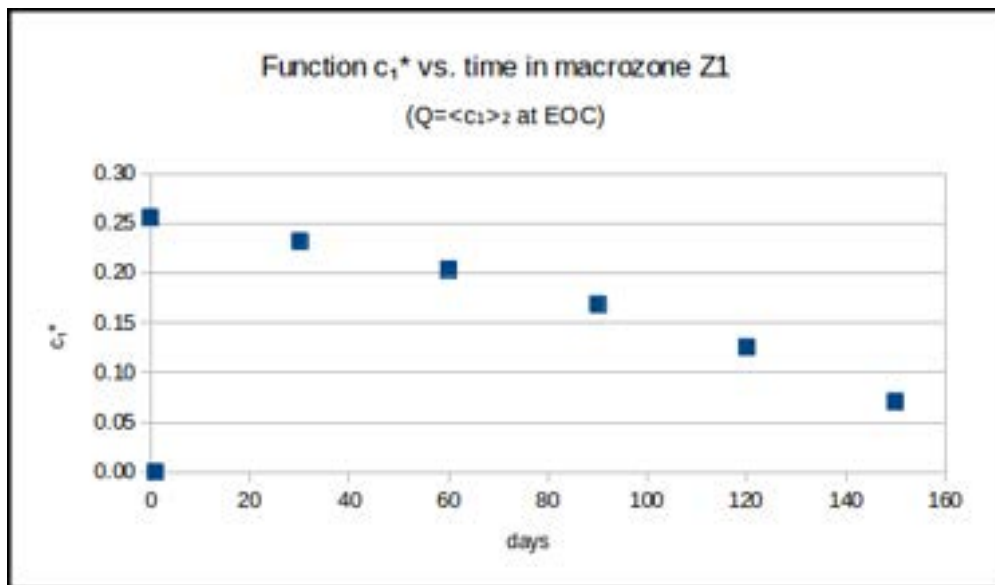
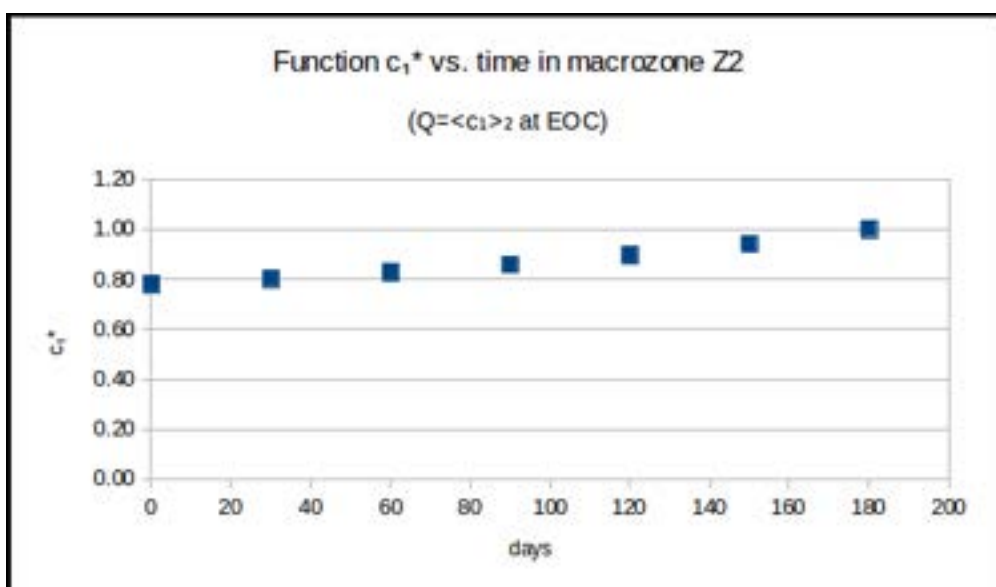


Fig. 9. Andamento di $c_1^*(t)$ nella macrozona Z1.




 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	27	45

Fig. 10. Andamento di $c_1^*(t)$ nella macrozona Z2

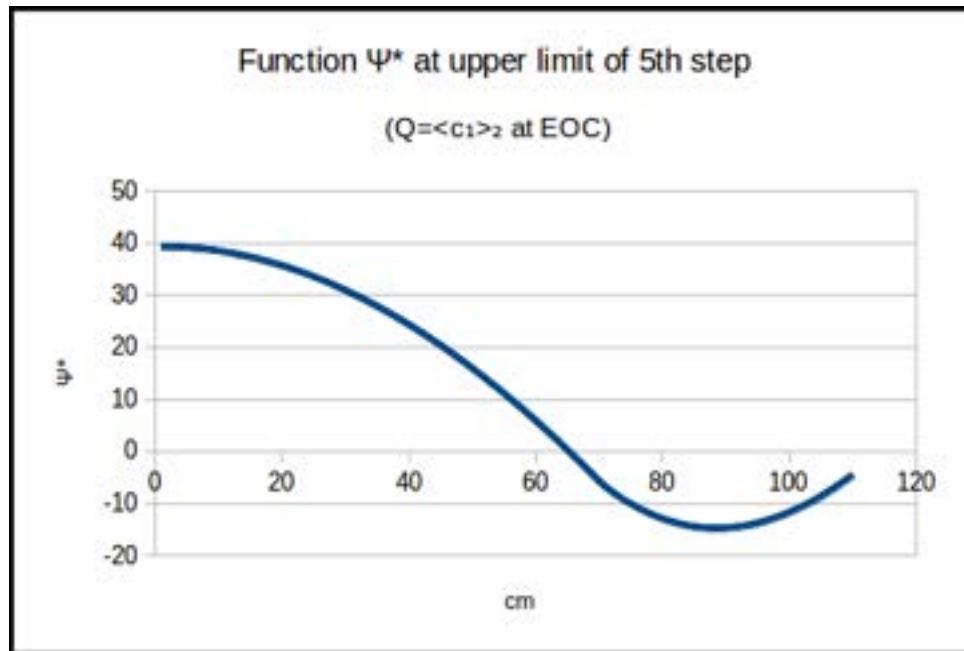



Fig. 11. Distribuzione spaziale di ψ^* nel nocciolo al limite superiore del quinto step temporale

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	28	45

4.2. Funzionale: densità media del Pu240 nella zona esterna del nocciolo a fine ciclo

La sorgente aggiunta corrispondente a questo funzionale è simile a quella del caso precedente e risulta

$$\mathbf{h}_z^+ = \delta(t - t_I) \begin{vmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_{c,z}^+ \\ 0 \end{vmatrix}, \quad (4.16)$$

dove ora

$$\mathbf{h}_{c,z}^+ \left(\equiv \begin{vmatrix} 0 \\ \xi_{z2} \\ 1 \end{vmatrix} \right). \quad (4.17)$$

Le condizioni ‘finali’ per il calcolo, considerando come funzionale Q la densità a t_I dell’elemento c_2 , risultano ora

$$\rho_I^* = \frac{\sum_{z=1}^2 V_z n_{z,I} [(\sigma_{f,2} + \sigma_{c,2})c_{2,z}(t_F) - \sigma_{a,1}c_{1,z}(t_F)] \delta_{2z}}{W} \quad (4.18)$$

$$\psi_I^* \equiv \psi^*(t_I) = 0, \quad c_{1,z1}^*(t_I) = 0, \quad c_{1,z2}^*(t_I) = 0, \quad c_{2,z1}^*(t_I) = 0, \quad c_{2,z2}^*(t_I) = 1, \quad \rho^*(t_I) = 0 \quad (4.19)$$

L’espressione perturbativa della variazione $\delta c_{2,z2}$ della densità c_2 al tempo t_I nella macrozona Z2 prodotta dalla perturbazione della densità $\delta c_{1,z1}$ di c_1 al tempo t_o nella macrozona Z1 sarà data dall’espressione

$$\delta c_{2,z2}(t_I) = c_{1,z1}^*(t_o) \delta c_{1,z1}(t_o). \quad (4.20)$$

I risultati dei calcoli svolti per questo caso sono riportati nella tabella 2.


 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	29	45

Tabella 2. Funzionale $Q=c_2(t_F)$ nella macrozona esterna (Z2)

Funzionale $Q= \langle c_2(t_F) \rangle_{Z2}$ nella zona esterna	Perturbaz.: +1% di $c_1(t_0)$ nella zona interna
	6 step temporali
δQ (calcolo diretto)	-6.7965E+20
δQ (calcolo HGPT-BU)	-6.2657E+20
Scarto tra calcolo HGTP-BU e calcolo diretto	-7.8%

Nei grafici delle Figg. 12 e 13 sono riportati, rispettivamente, gli andamenti delle concentrazioni delle funzioni importanza c_1^* e c_2^* nella macrozona Z1. Ricontriamo come tali andamenti risultino in entrambi i casi di segno contrario (negativi) rispetto a quelli analoghi del caso precedente. Ciò è comprensibile osservando la distribuzione spaziale della funzione importanza riportata nel grafico di Fig. 14. Si nota come nella macrozona Z1, in cui le funzioni c_1^* e c_2^* sono definite, il valore della ψ^* risulti negativo. Si avrà quindi un effetto contrario al caso precedente ed i valori della c_1^* e c_2^* nella stessa macrozona. saranno conseguentemente negativi.

Da notare come i valori di c_1^* e c_2^* ottenuti per questo caso siano inferiori, in senso assoluto, rispetto a quelli riportati nel caso precedente. In particolare, in relazione a c_2^* , essi risultano di circa due ordini di grandezza inferiori a quelli relativi a c_1^* . Ciò è dovuto al fatto che, in rapporto al funzionale considerato, mentre a c_1^* sono collegati gli effetti sul flusso attraverso i soli processi di cattura (fissione e cattura parassitica) del Pu239, a c_2^* sono collegati gli effetti sul flusso attraverso sia i processi di cattura (del Pu240) sia quelli (di segno opposto e di entità confrontabile) di trasmutazione (dal Pu239). La somma dei due effetti ne diminuisce significativamente quello complessivo. Rimane notevole la precisione raggiunta con la metodologia perturbativa proposta con l'utilizzo di soli 6 step temporali in ciascuno dei quali la funzione importanza neutronica viene ricalcolata.

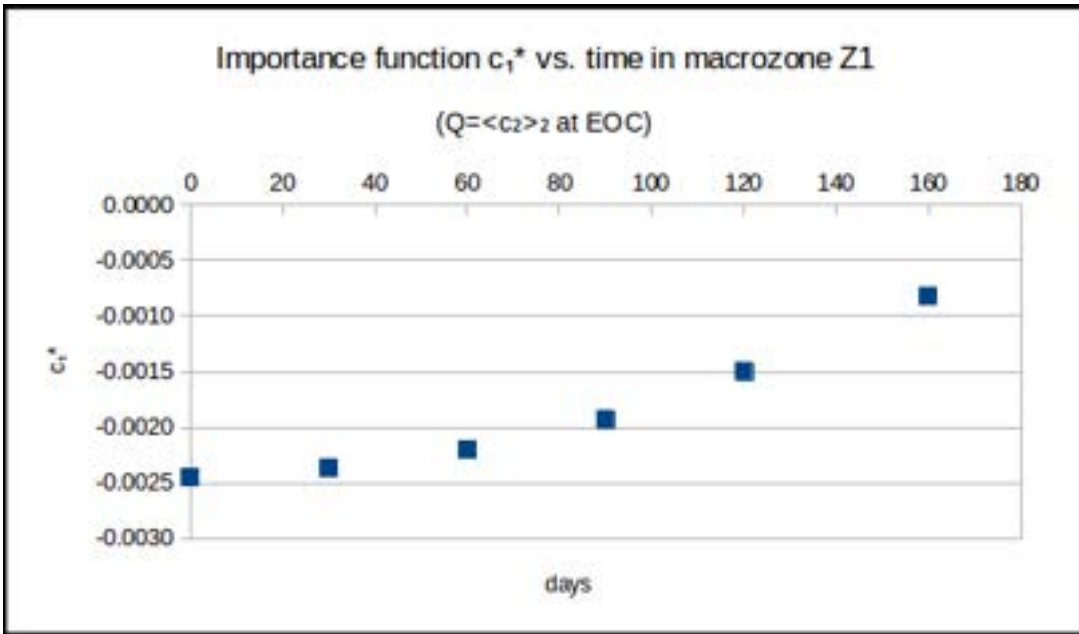


Fig. 12. Andamento di $c_1^*(t)$ nella macrozona Z1

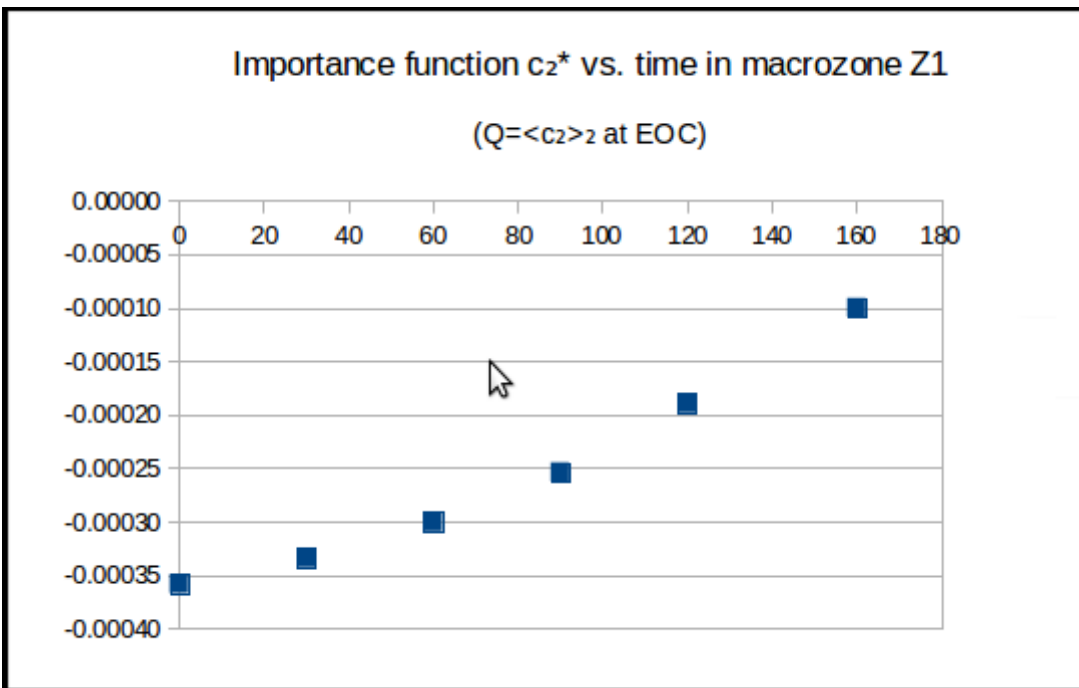


Fig. 13. Andamento di $c_2^*(t)$ nella macrozona Z1.

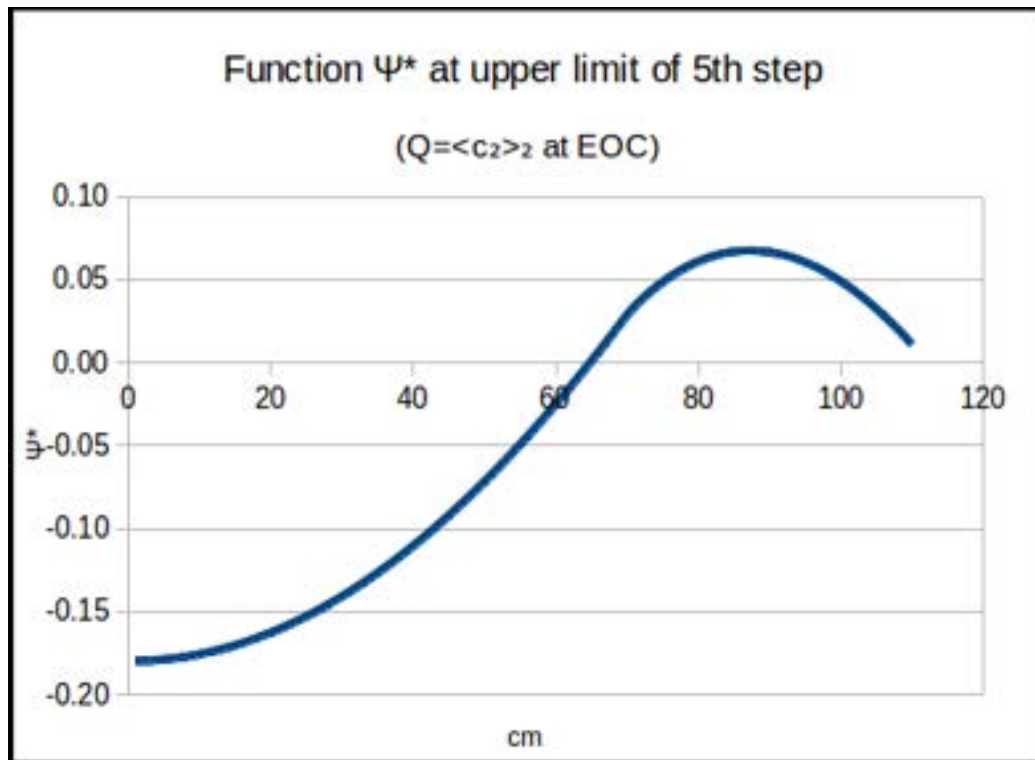



Fig. 14. Distribuzione spaziale di ψ^* nel nocciolo al limite superiore del quinto step temporale

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	32	45

4.3. Funzionale: Rapporto di flussi integrati $\left(\frac{\langle \varphi \rangle_{v2}}{\langle \varphi \rangle_{v1}} \right)$ a fine ciclo

La metodologia utilizzata per il calcolo di questo funzionale può essere applicata anche per lo studio dell'evoluzione durante il burn up di altre quantità, quali i fattori di picco e i rapporti di tassi di reazione, in regioni diverse del nocciolo. La metodologia è naturalmente estensibile allo studio dell'evoluzione delle stesse quantità definite nella medesima regione

La sorgente aggiunta corrispondente a questo funzionale è ottenuta linearizzando il rapporto che definisce il funzionale. Si ottiene così la sorgente aggiunta

$$\mathbf{h}^+ = \delta(t - t_1) \begin{vmatrix} \mathbf{h}_{n,I}^+(r) \\ \mathbf{0} \\ 0 \end{vmatrix} \equiv \delta(t - t_1) \begin{vmatrix} Q \left(\frac{\xi_2}{\langle \varphi \rangle_{v2}} - \frac{\xi_1}{\langle \varphi \rangle_{v1}} \right) \\ \mathbf{0} \\ 0 \end{vmatrix} \quad (4.21)$$

dove $\xi_z(r) = 1$ per r nella macrozona z e $=0$ altrove,

Le equazioni che reggono le funzioni importanza correlate a n , c_1 , c_2 e ρ nella macrozona z e nell'intervallo temporale Δ_i restano quelle già definite in precedenza, cioè le Eq. (4.6)÷(4.9).

Le condizioni 'finali' per il calcolo, considerando come funzionale Q in studio il rapporto di flussi integrati $\left(\frac{\langle \varphi \rangle_{v2}}{\langle \varphi \rangle_{v1}} \right)$ a t_1 , risultano


$$\psi_I^* = \mathbf{h}_{n,I}^+, \quad c_{1,z1}^*(t_1) = 0, \quad c_{1,z2}^*(t_1) = 0, \quad c_{2,z1}^*(t_1) = 0, \quad c_{2,z2}^*(t_1) = 0, \quad \rho^*(t_1) = 0 \quad (4.22)$$

con $\mathbf{h}_{n,I}^+$ data dall'equazione

$$\mathbf{h}_{n,I}^+ = Q \left(\frac{1}{\langle \varphi \rangle_{v2}} - \frac{1}{\langle \varphi \rangle_{v1}} \right). \quad (4.23)$$

Queste condizioni 'finali' consentono di calcolare l'importanza ψ_I^* e successivamente le importanze $c_{1,z}^*(t_{I-1})$, $c_{2,z}^*(t_{I-1})$ ($z=1,2$) e ρ_{I-1}^* nello step temporale (I-1)-esimo. La sequenza di calcoli da effettuare per ciascuno step temporale i , procedendo a ritroso fino al primo step, risulta:

$$\psi_i^* \rightarrow c_i^* \rightarrow \rho_i^*$$

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	33	45

L'espressione perturbativa della variazione del funzionale considerato al tempo t_f prodotta dalla perturbazione della densità $\delta c_{1,z1}$ di c_1 al tempo t_0 nella macrozona Z1 sarà data dall'espressione

$$\delta Q = c_{1,z1}^*(t_0) \delta c_{1,z1}(t_0) V_{z1} \quad (4.24)$$

I risultati dei calcoli svolti per questo caso sono riportati nella tabella 1.

Tabella 3. Funzionale $\left(\frac{\langle \varphi \rangle_{v2}}{\langle \varphi \rangle_{v1}} \right)$

Funzionale $Q = \left(\frac{\langle \varphi \rangle_{v2}}{\langle \varphi \rangle_{v1}} \right)$	Perturbaz.: +1% di $c_1(t_0)$ nella macrozona Z1
	6 step temporali
δQ (calcolo diretto)	-4.0893E-07
δQ (calcolo HGPT-BU)	-3.9463E-07
Scarto tra calcolo HGTP-BU e calcolo diretto	3.5%

Nei grafici delle Figg. 15 e 16 sono riportati, rispettivamente, gli andamenti delle funzioni importanza c_1^* e c_2^* nella macrozona Z1. I valori estremamente bassi riscontrati si comprendono ricordando il significato 'fisico' della funzione importanza, in questo caso il contributo dell'immissione di un singolo nucleo di un elemento combustibile al funzionale in studio. Tale contributo si realizza in modo indiretto attraverso la variazione indotta della densità neutronica (alla quale è associato il grafico dell'importanza riportata nella Fig. 17, in cui si riscontrano pure valori assoluti molto piccoli). Nelle espressioni perturbative tali valori andranno moltiplicati per quantità molto elevate (le concentrazioni dei nuclidi) ed integrate nei volumi (espressi in cm^3). Riscopriamo inoltre come tali andamenti risultino in entrambi i casi di segno positivo. Questo fatto è comprensibile osservando la distribuzione spaziale della funzione importanza neutronica ψ^* riportata nel grafico della Fig. 17. (relativa al quinto step temporale ma comunque con distribuzione simile negli altri). A tal fine, ricordando di nuovo il significato 'fisico' della funzione importanza, osserviamo come, dall'andamento della ψ^* , l'immissione di un neutrone nella macrozona Z1 determini un effetto positivo sul funzionale associato. Nel nostro caso le funzioni c_1^* e c_2^* sono definite appunto nella macrozona Z1. Il contributo dell'inserzione di un

nuclide relativo a c_1 (Pu239) risulta positivo in quanto ad essa corrisponde, come si è visto precedentemente, una relativa diminuzione del flusso e quindi un contributo positivo al funzionale associato in quanto risulta diminuito il denominatore del rapporto che lo rappresenta. Il contrario avviene con l'immissione di un nuclide relativo a c_2 (Pu240) in quanto con l'immissione di un nucleo di questo nuclide si produce un relativo aumento delle catture [la somma $(\nu\sigma_f - \sigma_f - \sigma_c)$ risultando negativa]. A tale aumento segue un aumento del flusso per l'effetto del controllo sulla densità di fissione e di conseguenza un aumento (al numeratore) dello stesso funzionale.

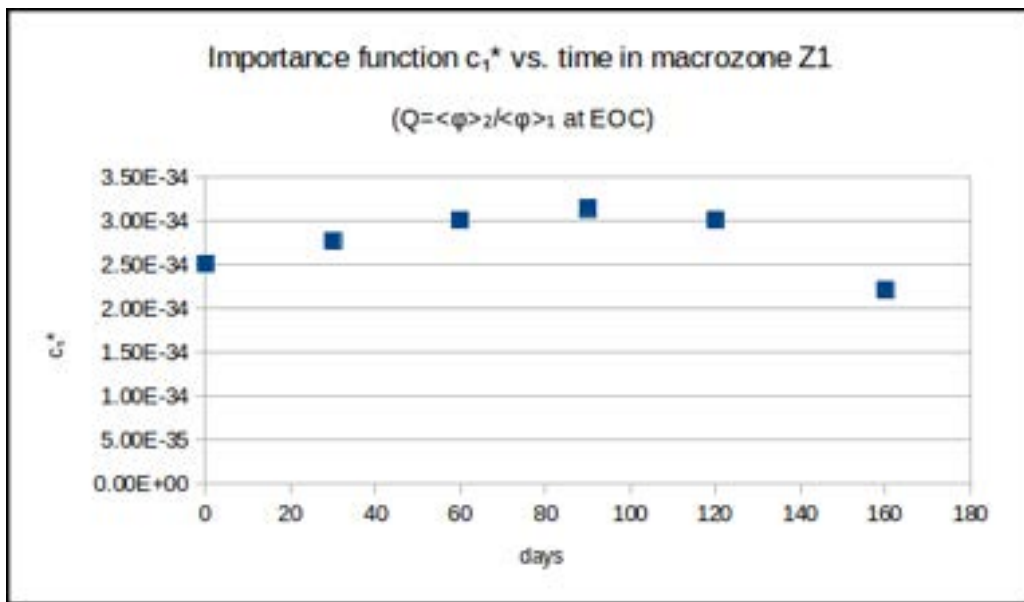


Fig. 15. Andamento di $c_1^*(t)$ nella macrozona Z1.

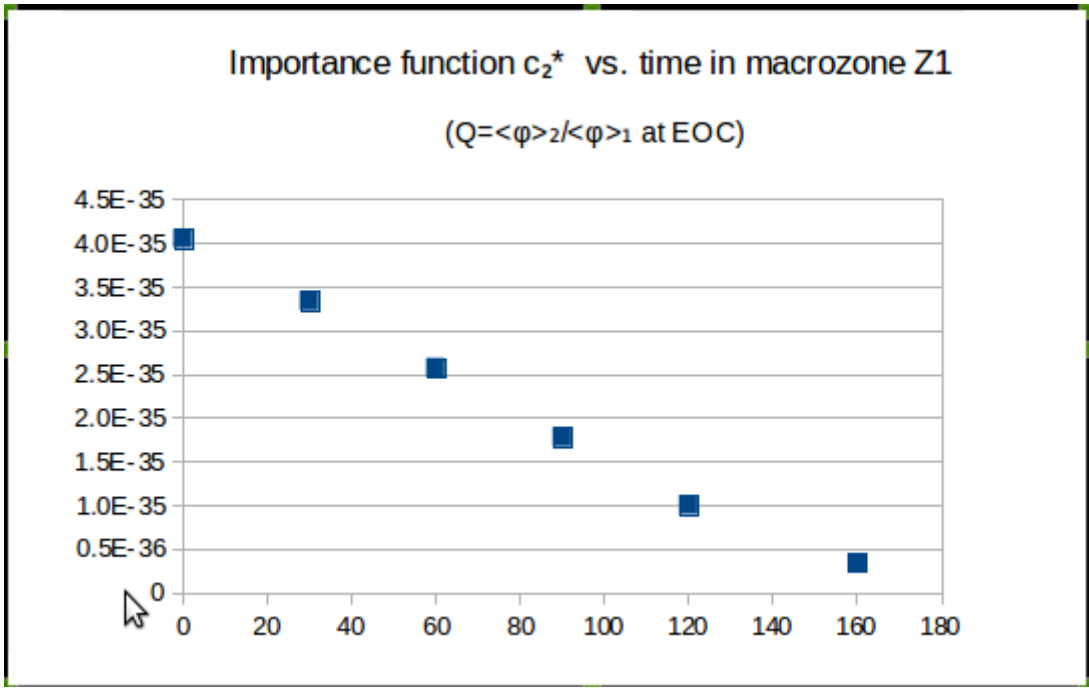


Fig. 16. Andamento di $c_2^*(t)$ nella macrozona Z1.

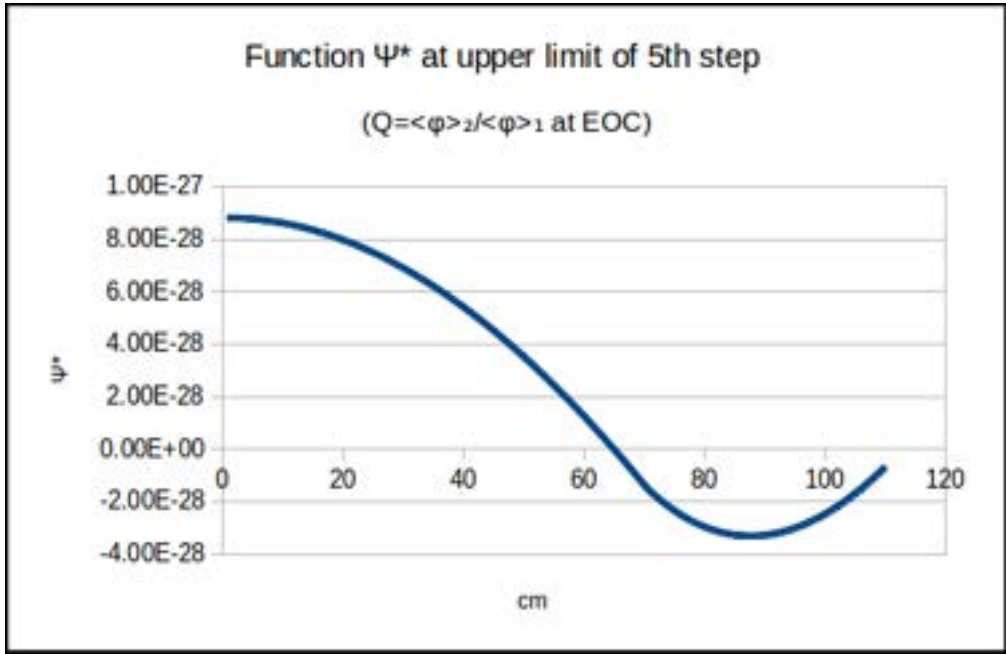



Fig. 17. Distribuzione spaziale di ψ^* nel nocciolo al limite superiore del quinto step temporale

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	36	45

4.4. Funzionale: controllo residuo (ρ a fine ciclo)

La sorgente aggiunta corrispondente a questo funzionale risulta

$$\mathbf{h}^+ = \delta(t - t_1) \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

Dalla (3.10) in questo caso si ha

$$\langle \xi_c \Psi_I^* \left(\frac{\partial B(\rho)}{\partial \rho} \right)_I \mathbf{n}_I \rangle_{\text{sys}} = -1 \quad (4.26)$$

Questa equazione ha la forma di una espressione perturbativa relativa al funzionale considerato in relazione ad una variazione unitaria di ρ a t_1 . Il risultato è un valore negativo (unitario), collegato all'automatico reset imposto dal vincolo sulla potenza. Il meccanismo di reset essendo arbitrario, la funzione Ψ_I^* può essere generalmente assimilata al flusso aggiunto standard $(\varphi_I^*)^4$ normalizzato secondo la (4.26) stessa e governato dall'equazione

$$B_I^* \varphi_I^* = 0. \quad (4.27)$$

Le condizioni 'finali' per il calcolo risultano quindi

$$\Psi_I^* = \varphi_I^*, \quad c_{1,z1}^*(t_1) = 0, \quad c_{1,z2}^*(t_1) = 0, \quad c_{2,z1}^*(t_1) = 0, \quad c_{2,z2}^*(t_1) = 0, \quad \rho^*(t_1) = 0 \quad (4.28)$$

Queste condizioni 'finali' consentono di calcolare l'importanza Ψ_I^* e successivamente le importanze $c_{1,z}^*(t_{I-1})$, $c_{2,z}^*(t_{I-1})$ ($z=1,2$) e ρ_{I-1}^* nello step temporale (I-1)-esimo. La sequenza di calcoli da effettuare per ciascuno step temporale i-esimo, procedendo a ritroso fino al primo step, risulta:

$$\Psi_i^* \rightarrow \mathbf{c}_i^* \rightarrow \rho_i^*$$

⁴ Ricordiamo che, secondo Soodak [7], il flusso aggiunto standard è interpretabile come l'importanza associata ad un funzionale lineare con il flusso (quale la potenza asintotica).

L'espressione perturbativa della variazione del funzionale prodotta dalla perturbazione della densità $\delta c_{1,z1}$ di c_1 al tempo t_0 nella macrozona Z1 sarà data dall'espressione

$$\delta Q = c_{1,z1}^*(t_0) \delta c_{1,z1}(t_0) V_{z1} \quad (4.29)$$

I risultati dei calcoli svolti per questo caso sono riportati nella tabella 4.

Tabella 4. Funzionale Q = ρ a fine ciclo

Funzionale Q= ρ	Perturbaz.: +1% di $c_1(t_0)$ nella zona interna
Calcolo diretto	6 step temporali
δQ (calcolo diretto)	-4.1072E-02
δQ (calcolo HGPT-BU)	-3.7826E-02
Scarto tra calcolo HGTP-BU e calcolo diretto	7.9%

In questo caso l'aumento della densità iniziale di c_1 (Pu239) risulta produrre una diminuzione del valore della variabile di controllo ρ a fine ciclo. Ricordando che ρ è stato assunto fittiziamente come coefficiente della sorgente di fissione, tale diminuzione equivale ad un effetto di compensazione di un aumento della reattività. Ciò è consistente con il fatto che l'immissione di un nuclide di c_1 (Pu239) o di c_2 (Pu240) nel nocciolo ad inizio ciclo aumenta in misura relativa la riserva di reattività iniziale.

A conferma notiamo come le curve riportate nei grafici delle Figg. 18 e 19, relative agli andamenti temporali delle funzioni importanza c_1^* e c_2^* , risultino assumere valori negativi durante tutto il tempo del ciclo. Anche in questo caso i valori estremamente piccoli riportati nei grafici si comprendono, come nel caso precedente, ricordando il significato 'fisico della funzione importanza.

Il grafico della Fig. 20 riporta la distribuzione spaziale delle funzioni importanza neutronica alla fine del sesto step temporale.

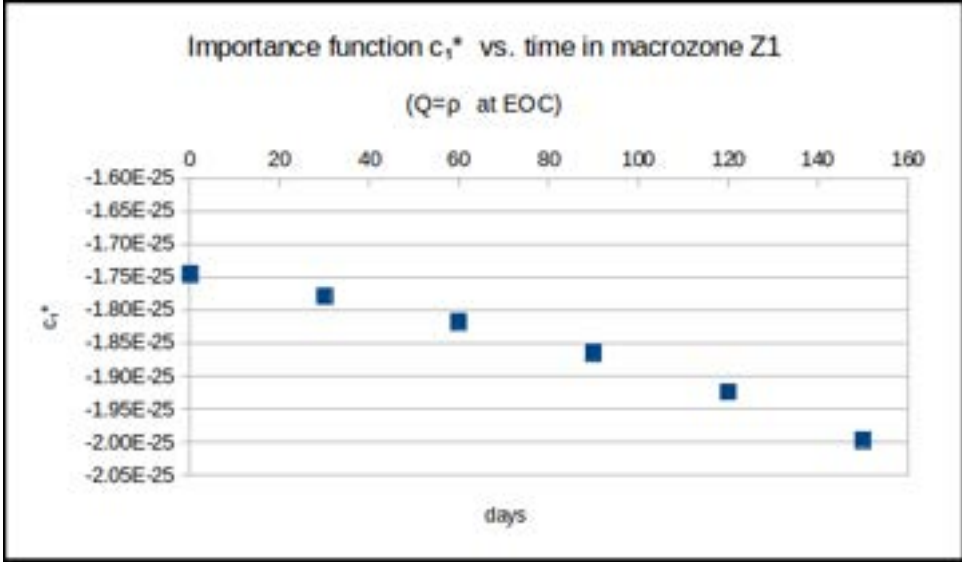


Fig. 18. Andamento di $c_1^*(t)$ nella macrozona Z1

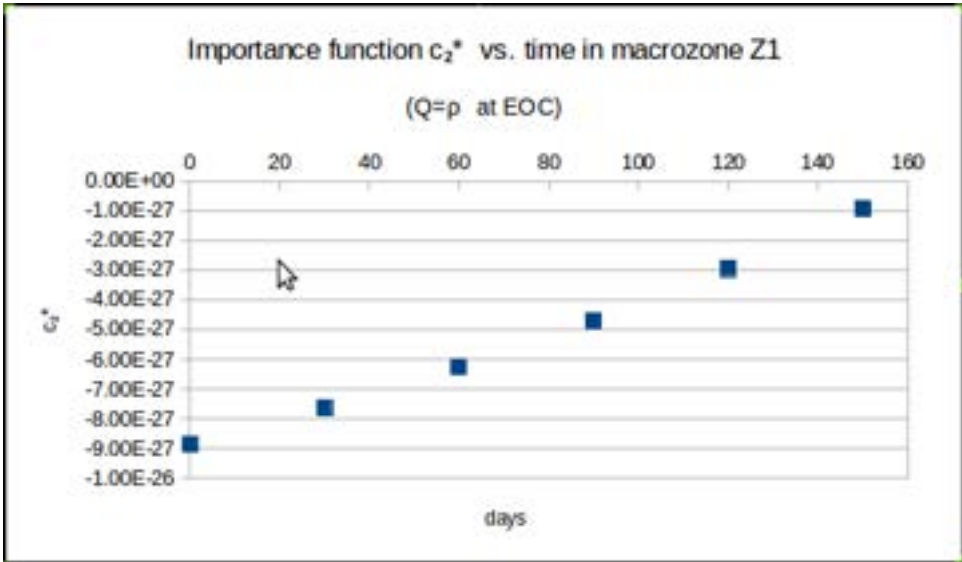


Fig. 19 Andamento di $c_2^*(t)$ nella macrozona Z1

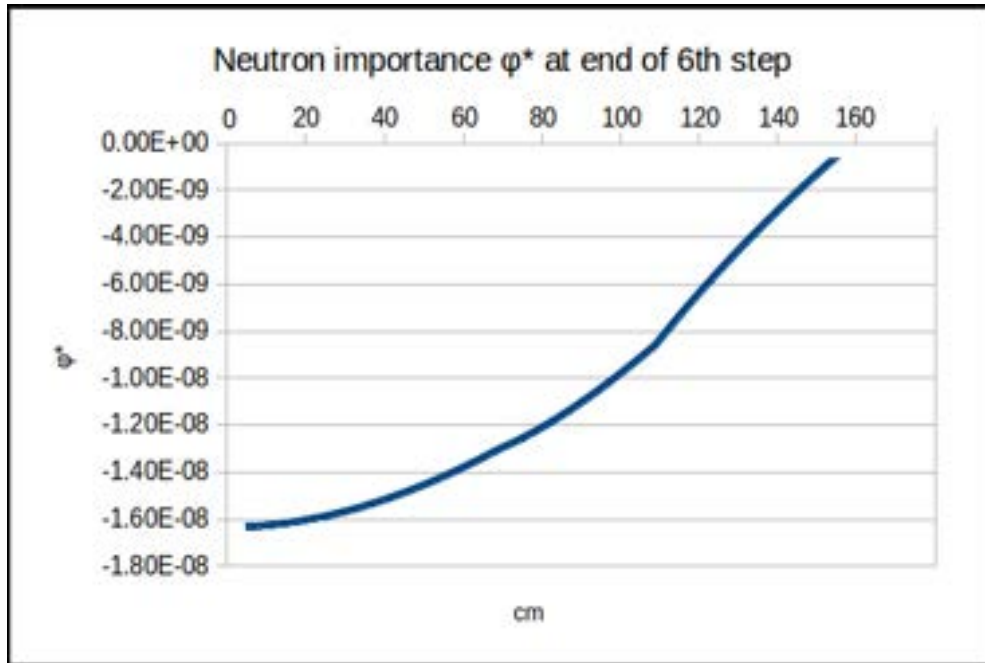




Fig. 20. Distribuzione spaziale della funzione aggiunta ϕ^* nel nocciolo al limite superiore del quinto step temporale [normalizzata sulla base della condizione, Eq. (4.26)].


 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	40	45

5. Conclusioni

- I risultati ottenuti per i vari casi trattati dimostrano la validità del metodo HGPT-BU per analisi perturbative e di sensitività nel campo accoppiato neutroni/nuclidi, in particolare per studi di evoluzione di noccioli di reattori veloci critici e sottocritici, sia in relazione a studi di scenari (calcoli di cella), sia per studi specifici di progetto (calcoli multizona).
- Per i casi considerati in questo studio è stato scelto un nocciolo in geometria cilindrica monodimensionale a due zone di arricchimento. Mentre i metodi di calcolo perturbativo sviluppati in un lavoro precedente [4] hanno riguardato analisi di cella, adeguate per studi di effetti a medio e lungo termine, nel presente lavoro è stato sviluppato un metodo perturbativo volto a studi di evoluzione del combustibile che tenga conto delle dimensioni spaziali del reattore, di interesse quindi per analisi di progetto dettagliato implicante calcoli di evoluzione molteplici in relazione al numero di macrozone in cui il nocciolo viene suddiviso. La connessione tra i calcoli nelle singole macrozone implica, ad ogni step temporale, il calcolo, oltre che dei flussi neutronici reali, quello delle funzioni importanza associate ai neutroni, ai nuclidi ed al parametro di controllo della potenza (o tasso di fissione).
- I calcoli delle densità dei nuclidi e delle funzioni importanza associate sino stati effettuati utilizzando il metodo alle differenze finite. Data la semplicità del modello considerato (geometria cilindrica monodimensionale e, attraverso un codice per i calcoli di cella, collassamento delle sezioni d'urto ad un gruppo energetico in ciascuna delle macrozone) è stato possibile sviluppare anche un metodo di calcolo analitico per la risoluzione ad ogni step temporale, sia dell'equazione (omogenea) che regge il flusso neutronico diretto, sia la soluzione dell'equazione (inomogenea, con sorgente aggiunta) che governa la funzione importanza neutronica. Il calcolo analitico di queste due funzioni è stato effettuato per ciascuno dei sei step temporali considerati, per un ciclo complessivo di 180 giorni. Il flusso neutronico è stato normalizzato ad un tasso di fissione globale di $1.51E+17$ fiss/sec, corrispondente alla potenza di 300 MWt. La potenza scelta, le dimensioni radiali del nocciolo, le densità degli elementi che compongono le due zone del nocciolo ed il riflettore sono state scelte sulla base dei dati relativi al progetto ALFRED [3].

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione ADPFISS – LP2 – 117	Rev. 0	Distrib. L	Pag. 41	di 45
--	--	------------------	----------------------	-------------------	-----------------

- Dal confronto tra i risultati ottenuti con il metodo HGPT.BU ed il calcolo diretto gli scarti risultano contenuti per tutti i casi considerati entro l'8 %.
- In relazione al calcolo del controllo residuo, il tipo di controllo in generale può essere definito diversamente rispetto a quello considerato nei test di questo studio: per esempio può corrispondere alla concentrazione di veleno (boro) sciolto nel refrigerante, o all'inserzione di una barra di regolazione. Nel caso di un sistema sottocritico, può corrispondere all'intensità della sorgente neutronica prodotta dall'acceleratore. Dal punto di vista del metodo HGPT una definizione diversa del controllo non comporta comunque difficoltà di rilievo consistendo in una semplice operazione di filtraggio della funzione importanza associata al campo neutronico in base al tipo di controllo considerato, come illustrato in Appendice.
- Lo sviluppo ulteriore di questa attività richiederà una collaborazione con il CEA per la piena implementazione del metodo nel codice ERANOS. Da recenti contatti preliminari si è riscontrato un forte interessamento da parte dei ricercatori di Cadarache per una collaborazione in tal senso, da realizzarsi eventualmente attraverso stage di dottorato in Francia.

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	42	45

Appendice. Modalità di controllo

Nei test dimostrativi svolti si è assunto, per semplicità, un meccanismo di controllo sulla potenza (o tasso globale di fissione) corrispondente ad un parametro fittizio (ρ) coefficiente della sorgente di fissione. Nel formalismo matematico esso è stato rappresentato con il termine, a sinistra dell'Eq. (4.2) che regge la densità neutronica,

$$\rho \sum_{z=1}^2 \xi_z n (v\sigma_{f,1}c_{1,z} + v\sigma_{f,2}c_{2,z}) \quad (\text{A.1})$$

cui corrisponde il criterio di ortonormalità indicato nell'Eq. (3.10), che diventa, per il sistema in studio, allo step temporale i -esimo,


$$\langle \psi_i^* \mathbf{F}n_i \rangle_{\text{sys}} + h_{\rho,i}^+ = 0, \quad (\text{A.2})$$

$\mathbf{F}n_i$ rappresentando la sorgente di fissione.

La modalità di controllo sulla sorgente di fissione può considerarsi adeguata nella generalità dei casi di interesse per studi sull'evoluzione del nocciolo in sistemi critici durante il burn.up. In casi particolari possono essere però d'interesse modalità di controllo diverse, per es., il controllo sulla densità del boro solubile nel refrigerante di un reattore refrigerato ad acqua, oppure la regolazione di una barra di controllo costituita da materiale boro. Prendiamo in considerazione quest'ultimo caso. Tale controllo potrà essere parametrizzato mediante una coordinata, poniamo z_c , che ne stabilisca il limite inferiore d'inserzione nel nocciolo (supponendo che la barra venga regolata dall'alto). Lo spostamento δz_c della barra verrà rappresentato con la corrispondente sostituzione di materiale nel tratto δz_c : boro se si tratta d'inserzione, elemento refrigerante altrimenti. Nel formalismo matematico, mantenendo per semplicità l'approssimazione ad un gruppo energetico, tale meccanismo può essere rappresentato nell'equazione che regge la densità neutronica con un termine del tipo:

$$-\rho \xi_c n [H(z - z_c)\Sigma_B + \bar{H}(z - z_c)\Sigma_{Pb}] \quad (\text{A.3})$$

dove ξ_c è un parametro eguale ad 1 all'interno della barra di controllo e zero al di fuori, Σ_B e Σ_{Pb} sono le sezioni d'urto macroscopiche di cattura del boro e del piombo, rispettivamente, mentre $H(z - z_c)$ è la funzione di Heaviside (eguale a 1 per $z \geq z_c$ e zero altrimenti) mentre \bar{H} è il suo complemento (eguale a 1 per $z < z_c$ e zero altrimenti). L'effetto di uno spostamento della

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	43	45

barra è dovuto quasi esclusivamente alla maggiore o minore presenza di boro nel nocciolo, mentre, per le quantità in gioco, l'effetto dovuto allo spostamento del piombo si può assumere trascurabile. Il termine (A.1) può quindi essere sostituito dal più semplice termine

$$-\rho \xi_c n H(z - z_c) \Sigma_B \quad (A.4)$$

Notiamo che, assumendo la coordinata z orientata verso l'alto, una maggiore inserzione verso il basso comporterà una diminuzione del valore di z_c .

Assumendo questo meccanismo di controllo sulla potenza, la relazione di ortonormalità (3.10) in questo caso diventa:


$$-\langle \xi_c \psi_i^* n_i \Gamma(z - z_c) \Sigma_B \rangle_{\text{syst}} + h_{\rho,i}^+ = 0 \quad (A.5)$$

Generalmente, durante il calcolo la funzione importanza ψ_i^* viene contaminata dal 'modo fondamentale', il modo cioè associato al primo autovalore. Risulta pertanto necessario 'filtrare' la soluzione ψ_i^* ottenuta facendo uso del criterio di ortogonalità implicito nell'Eq. (A.2), o (A.5), a seconda del criterio di controllo adottato. In queste equazioni a destra appare il termine $h_{\rho,i}^+$, termine diverso da zero, ed eguale all'unità al limite superiore dell'ultimo step) solo quando, come in questo caso, venga considerato come funzionale la reattività residua. Facendo quindi uso del criterio di ortogonalità implicito nell'Eq. (A.2), il valore della funzione ψ_i^* ottenuto con la risoluzione dell'equazione che la governa va filtrato sulla base delle condizioni rappresentate dalle (A.2) e (A.5), a seconda del tipo di controllo scelto. Va inoltre considerato che la soluzione ottenuta deve essere considerata una soluzione particolare, che indicheremo con la notazione $\psi_i^{*\text{part}}$, rispetto alla soluzione più generale, che pure soddisfa l'equazione reggente, espressa dalla relazione

$$\psi_i^{*\text{gen}} = \psi_i^{*\text{part}} + \alpha \varphi_i^* \quad (A.6)$$

dove φ_i^* è la funzione aggiunta standard ed α un coefficiente arbitrario.


Imponendo la condizione di ortogonalità corrispondente alla Eq. (A.2), nel caso si abbia scelto la modalità di controllo sulla sorgente di fissione, si ottiene il valore di α che corrisponde alla funzione ψ_i^* cercata. In questo caso α risulta

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	44	45

$$\alpha = - \frac{\langle \psi_i^{*T} \mathbf{F} \mathbf{n}_i \rangle_{\text{sys}t}}{\langle \varphi^{*T} \mathbf{F} \mathbf{n}_i \rangle_{\text{sys}t}} . \quad (\text{A.7})$$

Imponendo invece la condizione corrispondente all'Eq. (A.5), nel caso si abbia scelto la modalità di controllo mediante la barra di regolazione, si ottiene il valore di α che corrisponde alla funzione ψ_i^* cercata. In questo caso α risulta

$$\alpha = - \frac{\langle \xi_c \psi_i^{*T} \Gamma(z - z_c) \Sigma_B \mathbf{n}_i \rangle_{\text{sys}t}}{\langle \xi_c \varphi^{*T} \Gamma(z - z_c) \Sigma_B \mathbf{n}_i \rangle_{\text{sys}t}} . \quad (\text{A.8})$$

 Ricerca Sistema Elettrico	Sigla di identificazione	Rev.	Distrib.	Pag.	di
	ADPFISS – LP2 – 117	0	L	45	45

Riferimenti bibliografici

- 1- A. Gandini, "Generalized Perturbation Theory (GPT) Methods. A Heuristic Approach", in *Advances in Nuclear Science and Technology, Vol. 19*, Plenum Publishing Corporation, New York, 1987.
- 2- Gandini, "Sensitivity Analysis of Source Driven Subcritical Systems by the HGPT Methodology", Proc. Intern. IAEA Techn. Committee Meet., Madrid 17-19 Sept. 1997 (IAEA-TC-903.3, p. 377), and: *Annals of Nuclear Energy*, 24, 1241 (1997)
- 3- G.Grasso et al., "The core design of ALFRED,a demonstrator for the European lead-cooled reactors", *Nuclear Engineering and Design* 278, 287 (2014)
- 4- Gandini, M. Frullini, V. Peluso, "Implementazione del codice ERANOS per l'analisi perturbativa e di sensitività nel campo non lineare neutroni/nuclidi", http://www.enea.it/it/Ricerca_sviluppo/documenti/ricerca-di-sistema-elettrico/nucleare-iv-gen/2014/rds-par2014-191.pdf
- 5- G. Rimpault et al., "The ERANOS code and data system for fast reactor neutronic analyses", Proc. PHYSOR 2002, Seoul, Korea, October 7-10, 2002
- 6- L. A. Linsternik and V. J. Sobolev, "Elements of functional analysis", Frederik Ungar Publishing Company, New York (1961)
- 7- .G. Soodak, "The Science and Engineering of Nuclear Power", United Nations, New York (1948).