



Ricerca di Sistema elettrico

Analisi degli squilibri di potenza del carico effettivo di rete e della sua variabilità in potenza

Elio Chiodo, Davide Lauria

ANALISI DEGLI SQUILIBRI DI POTENZA DEL CARICO EFFETTIVO DI RETE E DELLA SUA VARIABILITÀ IN POTENZA

Elio Chiodo, Davide Lauria
(Università degli Studi di Napoli Federico II, Dipartimento di Ingegneria Industriale)

Settembre 2017

Report Ricerca di Sistema Elettrico

Accordo di Programma Ministero dello Sviluppo Economico - ENEA

Piano Annuale di Realizzazione 2016

Area: Trasmissione e distribuzione dell'energia elettrica

Progetto: Sistemi di accumulo di energia per il sistema elettrico

Obiettivo: Studio dei fenomeni di invecchiamento, sicurezza e second life

Responsabile del Progetto: Pier Paolo Prosini, ENEA

Il presente documento descrive le attività di ricerca svolte all'interno dell'Accordo di collaborazione "Studio della variabilità di potenza del carico effettivo di rete volto alla stima durata di vita di un sistema di accumulo a batterie per il supporto della regolazione primaria della frequenza dei sistemi elettrici"

Responsabile scientifico ENEA: Natascia Andrenacci

Responsabile scientifico Università di Napoli Federico II: Prof. Elio Chiodo

Si ringraziano i Dr. Fabio Mottola e Luigi Pio di Noia per la revisione delle bozze.

Indice

SOMMARIO.....	4
1 INTRODUZIONE.....	5
2 PROBLEMATICA DEI TRANSITORI DI FREQUENZA.....	8
3 ANALISI STATISTICA DEI DATI DELLE FREQUENZE DI RETE	15
4 MODELLI DI USURA PER LE BATTERIE PER LA IDENTIFICAZIONE DEI MODELLI PROBABILISTICI DELLA DURATA DI VITA (LIFETIME).....	20
4.1 PREMESA.....	20
4.2 UN MODELLO DI USURA PER LE BATTERIE GENERATO DA UN PROCESSO STOCASTICO	21
4.3 DETERMINAZIONE DELLA DISTRIBUZIONE DEL PROCESSO DI USURA E INFERENZA SUL MODELLO DI VITA.....	25
5 CONCLUSIONI	29
6 APPENDICE 1: PRINCIPALI MODELLI DI AFFIDABILITÀ PER LE BATTERIE	30
6.1 DISTRIBUZIONE GAUSSIANA INVERSA.....	32
6.2 DISTRIBUZIONE GAMMA	34
6.3 DISTRIBUZIONE BIRNBAUM-SAUNDERS	36
6.4 DISTRIBUZIONE LOGNORMALE	37
6.5 DISTRIBUZIONE WEIBULL	38
7 APPENDICE 2: ELEMENTI DI TEORIA DEI PROCESSI DI RINNOVO.....	40
7.1 PROCESSO ORDINARIO DI RINNOVO	40
8 RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI	44
9 ABBREVIAZIONI ED ACRONIMI	55

Sommario

Le attività previste nell'ambito dell'accordo sono inerenti allo studio teorico finalizzato alla stima della durata di vita di un sistema di accumulo a batterie inserito in una sezione di una rete elettrica di potenza, al fine di bilanciare gli squilibri di potenza. L'attività svolta durante questo primo anno è stata incentrata, come previsto nell'accordo, sulla caratterizzazione stocastica degli squilibri di carico. Poiché le variazioni di frequenza sono direttamente correlate agli squilibri di carico, va da sé che la caratterizzazione stocastica della frequenza equivale a descrivere gli squilibri di potenza. Peraltro, dipendendo le caratteristiche di carica e scarica della batteria dal sistema di regolazione, che ha come ingresso la deviazione di frequenza, ai fini della caratterizzazione dell'invecchiamento è più significativo fare direttamente riferimento alla modellistica probabilistica delle deviazioni di frequenza. I dati relativi alle deviazioni di frequenza, inoltre, sono disponibili in rete.

La relazione è strutturata nel seguente modo. Nel primo paragrafo *Introduzione*, si descrive la problematica della stima della durata di vita delle batterie, finalizzate al supporto del servizio di regolazione primaria della frequenza. Nel paragrafo 2 si descrive la problematica delle variazioni di frequenza, anche in relazione al complesso quadro della penetrazione delle fonti rinnovabili, che possono comportare squilibri di potenza rilevanti con variazioni critiche della frequenza. Nel paragrafo 3 si affronta il problema della caratterizzazione stocastica delle variazioni di frequenza in termini di processi di attraversamento, che rappresenta il contributo originale del report. In particolare, a partire dai dati disponibili in rete, si effettuano opportune analisi statistiche dei tempi di attraversamento per prefissate barriere, da cui si evince che la distribuzione della variabile aleatoria *distanza tra due attraversamenti successivi* può essere idoneamente descritta dalla distribuzione esponenziale. Ciò induce ad inferire che il processo di attraversamento possa essere efficacemente descritto in termini di processo di Poisson. Nel paragrafo 4 si approfondiranno alcune proprietà di tale processo, in particolare del processo *composto di Poisson*, che appare adeguato a caratterizzare *accanto al classico processo di Wiener* l'usura della batteria. Lo studio del meccanismo di degrado delle prestazioni della batteria, ovvero il meccanismo di invecchiamento, può essere efficacemente relazionato al primo istante di attraversamento di una prefissata barriera, che è distribuito secondo una *Gaussiana inversa*. La verifica sperimentale di tale ipotesi sarà oggetto di un eventuale prosieguo dell'attività di ricerca, condotta su prototipi di batterie sottoposti a prove di vita accelerate. Nelle parti finali del Report si riportano alcune *Appendici*, in cui si richiamano i principali modelli di vita utilizzati per le batterie e le relative proprietà fondamentali.

1 Introduzione

Come ben noto, il problema della produzione e dell'utilizzazione dell'energia elettrica richiede il bilanciamento continuo nel tempo. Questo è garantito da adeguati sistemi di regolazione che secondo una logica di adattamento su diverse scale temporali consente di adeguare l'entità della produzione alla domanda. Variazioni di frequenza di piccola entità sono sempre presenti, a causa della aleatorietà del carico ed anche della generazione, a seguito dell'introduzione di sistemi di generazione da fonte rinnovabile. I sistemi di regolazione devono essere, altresì, in grado di fronteggiare le contingenze, come ad esempio perdita di importanti gruppi di generazione, grandi variazioni di potenza conseguenti alla perdita di collegamenti, ecc. Lo squilibrio di potenza conseguente comporta una variazione di frequenza dipendente dall'inerzia del sistema: più specificamente si registrerà un aumento di frequenza se vi è un eccesso di produzione e una diminuzione di frequenza in caso contrario. Il sistema di trasmissione europeo prevede tre livelli di controllo, come descritto in Figura 1.1.

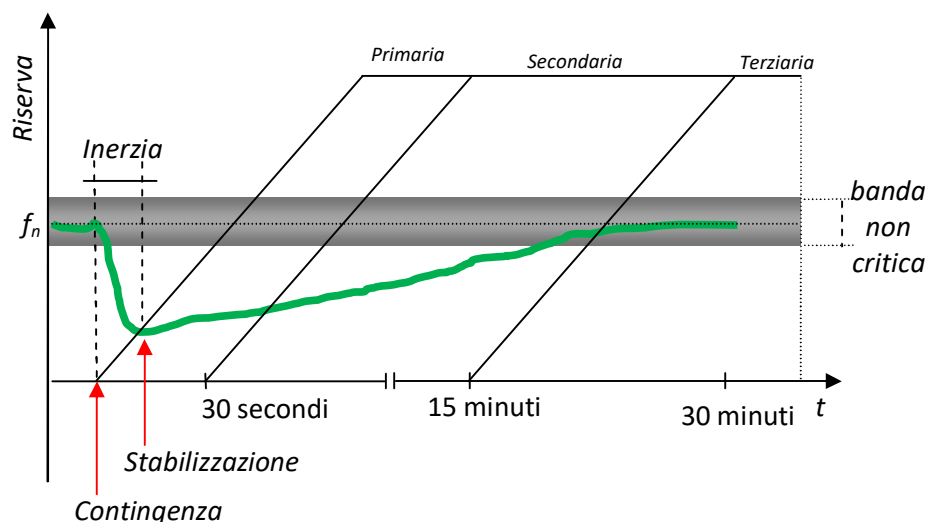


Figura 1.1: Successione delle fasi della regolazione

1. Regolazione primaria della frequenza: essa, risultato di regolazioni locali mediante regolatori di velocità, consente di adeguare la produzione secondo una logica di proporzionalità alle deviazioni di frequenza. Non si ottiene a regime il soddisfacimento della condizione di deviazione nulla della frequenza rispetto al valore nominale.
2. Regolazione secondaria della frequenza: grazie all'azione integrale di un controllore centralizzato si ottiene l'annullamento dell'errore della frequenza. In altri termini, il regolatore secondario, agendo sui regolatori di velocità delle singole macchine, ha un'azione che si va a sovrapporre a quella relativa alla regolazione primaria

3. Regolazione terziaria: attivata manualmente consente il re-dispatching della produzione e, quindi, è tesa ad un'ottimizzazione del funzionamento del sistema da punto di vista tecnico-economico. Questa regolazione più lenta delle due precedenti dà luogo, quindi, ad un nuovo assetto delle potenze attive generate dalle macchine.

Questa architettura di controllo, consolidata da anni, si è dimostrata in grado di garantire i necessari margini di sicurezza e di affidabilità, requisiti imprescindibili del funzionamento del sistema elettrico. Negli ultimi anni, tuttavia, la forte penetrazione delle fonti rinnovabili ha comportato una criticità correlata alla riduzione dell'inerzia del sistema. È banale osservare che il valore dell'inerzia del sistema è una grandezza cruciale per definire il tasso di variazione della frequenza, conseguente ad uno squilibrio di potenza: esso è designato nella letteratura specifica con il termine ROCOF, ossia *Rate Of Change Of Frequency*. Orbene, i sistemi di generazione da fonte rinnovabile presentano un ridotto valore dell'inerzia, perché essi sono collegati alla rete tramite convertitori statici. Ne conseguono variazioni di frequenza più rapide e di entità che possono diventare intollerabili (Canevese, 2016).

In questo contesto si rende indispensabile l'introduzione di nuove tecnologie nella fornitura di servizi ancillari. È incontestabile che i sistemi di accumulo, basati sull'impiego di batterie (BESS) possono svolgere una pluralità di servizi ancillari; in particolare la letteratura tecnica di riferimento è molto incentrata sulla loro intrinseca attitudine a svolgere un ruolo importante nell'ambito del supporto al servizio di regolazione della frequenza oltre a quello naturale di rendere più flessibile ed efficiente l'impiego delle fonti rinnovabili (Borsche 2014, Brivio 2016, Cheng 2017, Ortega 2015).

La riduzione dell'inerzia esige di avere servizi di regolazione della frequenza più rapidi e ciò può essere attuato con l'impiego di sistemi di accumulo, coordinando opportunamente l'aspetto del contenimento delle variazioni di frequenza con quello del mantenimento di un conveniente stato di carica (SOC) della batteria stessa (Ulbig 2014). L'impiego dei tali sistemi per il sistema elettrico di potenza potrebbe avere anche effetti benefici per il miglioramento della stabilità della trasmissione ed in generale per il miglioramento del comportamento dinamico. Uno dei principali problemi da fronteggiare è il loro alto costo in relazione alla capacità: questo implica un dimensionamento adeguato, ispirato a criteri di ottimizzazione, tenendo adeguatamente conto dei meccanismi di usura delle batterie stesse, di una corretta stima dei valori di energia di carica e scarica e delle condizioni ambientali di esercizio.

È ovvio che il progetto di questi sistemi di accumulo finalizzati al servizio di regolazione della frequenza è un trade-off tra l'esigenza di controllare continuamente le deviazioni di frequenza ed il contenimento del costo di degrado della batteria conseguente alle azioni continue di carica e scarica (Xu 2016, Gatta 2016). Il problema è estremamente complicato se si vuole tenere propriamente in conto la intrinseca aleatorietà degli squilibri di carico e l'aleatorietà dello stesso meccanismo di invecchiamento della batteria. Come ben messo in evidenza in (Shi 2017), il problema della strategia di controllo ottimale della batteria è

essenzialmente un problema di controllo stocastico vincolato, se si tiene conto dei valori limite dei energia e di potenza della batteria. Il meccanismo di degrado delle batterie è descrivibile in termini di modello algebrico differenziale, anzi più specificamente di equazioni differenziali alle derivate parziali. Nel seguito non si farà riferimento a questo tipo di modellistica, perché a nostro avviso poco flessibile ad essere incorporata in uno strumento di ottimizzazione.

Il processo di invecchiamento delle batterie è molto simile al processo di fatica dei materiali soggetti a carico ciclico. Si può, dunque, far riferimento alle curve semi-empiriche che forniscono il numero di cicli massimo ammissibile, per assegnate condizioni di funzionamento, prima della fine della vita delle batterie. Trattasi di curve che combinano opportunamente modelli di invecchiamento teorico delle batterie e di osservazioni sperimentali.

Una batteria, adibita al servizio di regolazione primaria della frequenza, Figura 1.2, è soggetta a continue operazioni di carica e scarica, di profondità variabile: ciò pone una questione molto delicata e cioè quella di contare propriamente i cicli di carica e scarica in un profilo generico con profondità eterogenee. L algoritmo rainflow (Downing e Socie,1982) è il più impiegato per l'identificazione del numero dei cicli, sia per l'invecchiamento dei materiali che per le batterie.

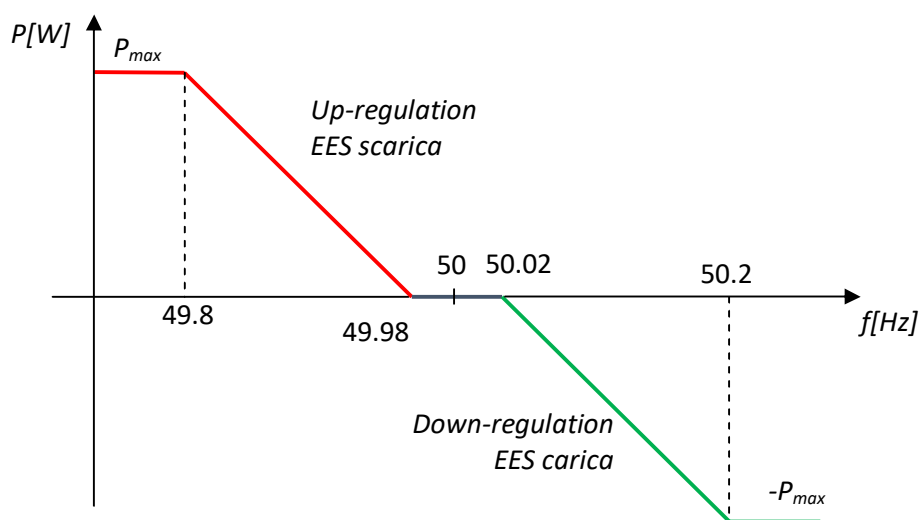


Figura 1.2: Caratteristica f-P di una batteria adibita al servizio di regolazione di frequenza

Lo studio della strategia di controllo di una batteria adibita al servizio di regolazione della frequenza richiede, dunque, una preventiva caratterizzazione dello squilibrio di carico, che rappresenta la sollecitazione, e, quindi, un corretto dimensionamento, che assicuri prestazioni soddisfacenti a fronte dei limiti prestazionali della batteria, del meccanismo di invecchiamento, caratterizzato in termini di processo di carica e scarica.

La prima fase dello studio sarà focalizzata sulla caratterizzazione aleatoria del processo stocastico squilibrio di carico. È bene mettere in evidenza che tale caratterizzazione non è direttamente modellabile in termini di classici processi quali, ad esempio, il processo Gaussiano, di Wiener, o di Ornstein-Uhlenbeck (Parzen, 1962). Ciò avrebbe reso molto più semplice l'analisi. Poiché interessa il meccanismo di degrado delle batterie, si effettuano analisi statistiche dei tempi di attraversamento per prefissate barriere. L'obiettivo è quello di inferire informazioni, a partire da dati disponibili, sulla distribuzione della variabile aleatoria distanza tra due attraversamenti successivi.

2 Problematica dei transitori di frequenza

In questo paragrafo si descriverà la problematica dei transitori di frequenza (Marconato 2004, Kundur 1994), cercando di mettere in evidenza le peculiarità della fenomenologia ai fini della problematica del dimensionamento e del degrado della vita utile di un sistema di accumulo adibito alla regolazione primaria della frequenza.

Durante l'esercizio di un sistema elettrico di potenza, l'insorgere di perturbazioni può incidere in modo determinante sulla sicurezza dinamica della rete, più specificamente sulla tenuta della frequenza. In alcuni casi particolarmente critici si possono addirittura verificare aperture in cascata di collegamenti tra zone di rete contigue, con conseguente separazione della rete in due sezioni. Uno degli obiettivi più importanti dell'analisi di sicurezza dinamica della rete è quello di prevedere e monitorare l'andamento della frequenza a seguito degli squilibri di carico.

L'evoluzione nel tempo della frequenza dipende naturalmente dall'entità dello squilibrio, dalle caratteristiche di regolazione della frequenza e dalla riserva rotante disponibile dopo la perturbazione, intendendo con tale grandezza la differenza tra la potenza massima erogabile dai gruppi rimasti in servizio e la potenza che gli stessi erogano al momento della perturbazione. La riserva rotante di tutta la rete sarà:

$$R = \sum_{j=1}^n (P_{nj} - P_{mj}^0) \quad (2.1)$$

ove P_{mj}^0 e P_{nj} sono rispettivamente la potenza che il generico gruppo j -esimo eroga al momento della perturbazione e la potenza attiva nominale che può erogare, e la sommatoria è estesa ai gruppi in servizio dopo la perturbazione. Nel seguito si esaminerà il comportamento della frequenza conseguente a perturbazioni di carico a gradino ΔP_c . Del resto, come ben noto dalla Teoria dei Sistemi, la conoscenza della risposta a tale segnale canonico consente in linea di principio, in ipotesi di linearità, di determinare la risposta a qualsivoglia tipo di perturbazione. Le non linearità relative al ciclo della regolazione primaria della frequenza sono essenzialmente riconducibili ai vincoli tecnici sulla velocità di apertura delle valvole dei gruppi ed all'entità della riserva rotante. La riserva rotante R , adibita alla regolazione primaria, è

generalmente limitata per motivi economici ad un valore intorno a circa il 5% della potenza nominale della rete. Ovviamente, se il deficit è maggiore della riserva rotante la frequenza continua ad abbassarsi.

E' ovvio che perturbazioni corrispondenti al distacco di un gruppo di generazione o l'apertura di un collegamento possono essere descritte in termini di variazioni di carico equivalente ΔP_c .

Nel seguito, senza perdita di generalità, si farà esplicito riferimento a transitori di frequenza a seguito di piccole perturbazioni. Si supponrà che siano trascurabili le oscillazioni tra i rotori dei gruppi di generazione, ossia che abbiano tutti la stessa velocità durante il transitorio. L'analisi è dunque volta soltanto a determinare l'andamento del transitorio di frequenza media.

Poiché è di interesse soltanto la risposta della frequenza nella prima parte del transitorio, in cui interviene sostanzialmente la sola regolazione primaria, è lecito trascurare la presenza della regolazione secondaria.

L'azione della regolazione primaria di frequenza e, in misura molto più contenuta, dell'energia regolante del carico, consentono di ottenere una nuova condizione di regime ad una frequenza non molto discosta da quella nominale. Qualora lo squilibrio di potenza, ad esempio aumento di carico, sia di entità rilevante, la frequenza può raggiungere, in tempi brevi, valori tali da provocare l'intervento dei relè di distacco automatico dalla rete dei gruppi termoelettrici per minima frequenza: è ovvio che tale circostanza provocherebbe un ulteriore peggioramento della condizioni di funzionamento.

Occorre naturalmente, in tali condizioni di emergenza, prevedere idonee azioni di controllo come ad esempio l'alleggerimento automatico del carico, generalmente asservito alla frequenza ed alla sua derivata.

Ciò permette di garantire che la frequenza durante il transitorio non raggiunga valori inammissibili.

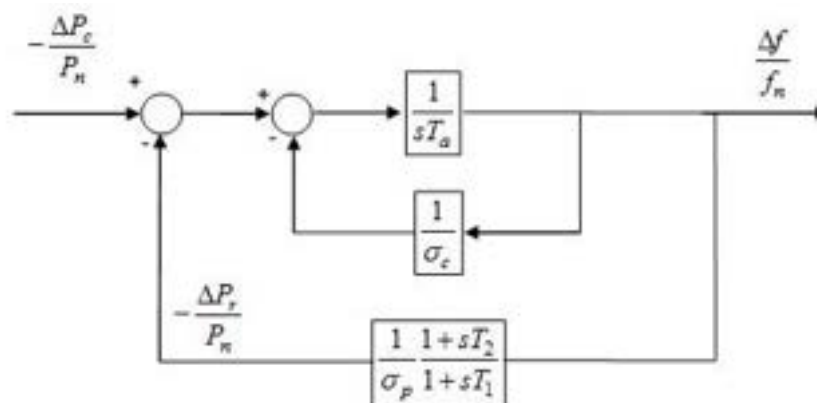


Figura 2.1: Schema a blocchi per l'analisi dei transitori di frequenza

Orbene, con le ipotesi ammesse, si fa riferimento allo schema a blocchi riportato in Figura 2.1. T_a è il tempo di avviamento della rete in secondi, legato alla costante di inerzia dalla semplice relazione $T_a=2H$. La regolazione primaria della frequenza è rappresentata in modo equivalente come:

$$\frac{\Delta P_r}{\Delta \varepsilon_f} = - \frac{\Delta P_r}{\Delta f} \bigg|_{\Delta f_{rif}=0} = - E_p \frac{1 + sT_2}{1 + sT_1} \quad (2.2)$$

ove ΔP_r è la potenza regolante, $T_1 > T_2$, avendosi supposto nulla la variazione del riferimento di frequenza. E_p è la cosiddetta energia regolante permanente della rete, espressa in MW/Hz: essa rappresenta il rapporto, a regime, tra la variazione di potenza regolante e la variazione di frequenza, cambiata di segno:

$$E_p = \frac{\Delta P_r}{\Delta \varepsilon_f} (s=0) = - \frac{\Delta P_r}{\Delta f} (s=0) \bigg|_{\Delta f_{rif}=0} \quad (2.3)$$

Generalmente si fa riferimento allo statismo permanente di regolazione, σ_p , che rappresenta il rapporto, cambiato di segno, tra le variazioni relative di frequenza e potenza, cioè:

$$\sigma_p = - \frac{\frac{\Delta f}{f_n}}{\frac{\Delta P_r}{P_n}} (0) \bigg|_{\Delta f_{rif}=0} = \frac{P_n}{f_n E_p} \quad (2.4)$$

Ove P_n è la potenza attiva nominale della rete. Conseguentemente si può scrivere in valori relativi:

$$\frac{\frac{\Delta P_r}{P_n}}{\frac{\Delta f}{f_n}} \bigg|_{\Delta f_{rif}=0} = - \frac{1}{\sigma_p} \frac{1 + sT_2}{1 + sT_1} \quad (2.5)$$

Risulta utile definire anche la cosiddetta energia regolante transitoria, sempre espressa in MW/Hz:

$$E_t = \frac{\Delta P_r}{\Delta \varepsilon_f} (s = +\infty) = - \frac{\Delta P_r}{\Delta f} (s = +\infty) \bigg|_{\Delta f_{rif}=0} \quad (2.6)$$

Lo statismo transitorio di regolazione, σ_t , è definito dualmente come:

$$\sigma_t = - \frac{\frac{\Delta f}{f_n}}{\frac{\Delta P_r}{P_n}} (+\infty) \bigg|_{\Delta f_{rif}=0} = \frac{P_n}{f_n E_t} \quad (2.7)$$

Lo statismo permanente del carico è indicato con σ_c .

Orbene con riferimento alla Figura 2.1, è immediato dedurre la funzione di trasferimento tra la variazione di frequenza espressa in valore relativo e la variazione di potenza, anch'essa espressa in valori relativi (la potenza di riferimento è ovviamente quella nominale di rete):

$$G(s) = - \frac{\frac{\Delta f}{f_n}}{\frac{\Delta P_c}{P_n}} \bigg|_{\Delta f_{rif}=0} = \frac{1}{sT_a + \frac{1}{\sigma_c} + \frac{1}{\sigma_p} \frac{1+sT_2}{1+sT_1}} \quad (2.8)$$

L'equazione caratteristica del sistema di Figura 2.1 è:

$$sT_a + \frac{1}{\sigma_c} + \frac{1}{\sigma_p} \frac{1+sT_2}{1+sT_1} = 0 \quad (2.9)$$

Poiché, in base ai valori ordinari dei parametri, i poli sono complessi e coniugati, si ha una dinamica di tipo oscillatorio, con pulsazione ω_0 e smorzamento ξ pari a:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{2T_a T_1 \sigma_p \omega} \\ \xi &= \frac{1}{2} \frac{T_2 + \sigma_p \left(T_a + \frac{T_1}{\sigma_c} \right)}{\sqrt{\left(1 + \frac{\sigma_p}{\sigma_c} \right) T_a T_1 \sigma_p}} \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\text{Ove } \omega = \frac{1}{\sqrt{4 \left(1 + \frac{\sigma_p}{\sigma_c} \right) T_a T_1 \sigma_p \left[T_2 + \sigma_p \left(T_a + \frac{T_1}{\sigma_c} \right) \right]^2}}$$

Qualora si abbia una variazione di carico a gradino, ossia $\Delta P_c = d/s$, si può ottenere la seguente espressione per la variazione di frequenza:

$$\frac{\Delta f(t)}{f_n} = -d \left[\frac{\sigma_p}{1 + \frac{\sigma_p}{\sigma_c}} + \frac{1}{\omega_0 T_a} \sqrt{\frac{1 - \frac{T_2}{T_1}}{1 + \frac{\sigma_p}{\sigma_c}}} e^{-\frac{T_2 + \sigma_p \left(T_a + \frac{T_1}{\sigma_c} \right)}{2T_a T_1 \sigma_p} t} \text{sen}(\omega_0 t + \alpha) \right] \quad (2.11)$$

ove:

$$\alpha = -\arcsen \frac{\omega_0 T_a \sigma_p}{\sqrt{\left(1 + \frac{\sigma_p}{\sigma_c} \right) \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right)}} \quad (2.12)$$

Si può infine ottenere il valore minimo di frequenza, fornito dalla seguente espressione:

$$f_{\min} = f_n \left\{ 1 - \frac{\sigma_p}{1 + \frac{\sigma_p}{\sigma_c}} d \left[1 + e^{-\frac{T_2 + \sigma_p \left(\frac{T_a + T_1}{\sigma_c} \right)} t_p}{2T_a T_1 \sigma_p} \sqrt{\frac{T_1 - T_2}{T_a \sigma_p}} \right] \right\} \quad (2.13)$$

$$t_p = \frac{1}{\omega_0} \left\{ \frac{\pi}{2} - \arctg \omega \left[T_2 + \sigma_p \left(\frac{T_1}{\sigma_c} - T_a \right) \right] \right\} \quad (2.14)$$

La sempre più crescente diffusione delle fonti rinnovabili implica una maggiore riserva per il bilanciamento degli squilibri di potenza. La grande velocità di risposta dei sistemi di accumulo che impiegano batterie Lithium-ion (Li-ion) consente di migliorare sensibilmente la regolazione primaria della frequenza. Le pregevoli caratteristiche di questo tipo di batteria sono la rapidità di risposta, la possibilità di avere alti valori di densità di potenza, valori elevati di durata di vita e basso tasso di self-discharge. Queste caratteristiche sono particolarmente adatte al servizio di regolazione della frequenza. La principale caratteristica richiesta al servizio di regolazione di frequenza è quella relativa al tempo di durata (15 minuti) del servizio di regolazione. Si pone, tuttavia, il problema del dimensionamento della batteria e della strategia di controllo dello stato di carica. Peraltro, è opportuno evidenziare che la strategia di controllo ha delle ripercussioni inevitabili sulla durata di vita della batteria.

In Figura 1.2 è stata riportata la caratteristica del servizio di regolazione primaria della frequenza e l'azione del sistema di accumulo. Come si nota, all'interno dell'intervallo di deviazione di frequenza ± 20 mHz, non è prevista alcuna azione di controllo. L'azione del sistema di accumulo si estrinseca in modo lineare per deviazioni di frequenza $\Delta f \in [-200, -20] \cup [20, 200]$ mHz. Il valore massimo di potenza deve poter essere fornito per la durata corrispondente a 15 minuti.

Queste specifiche sono sufficienti per effettuare il dimensionamento della batteria (Knap et al., 2016). A tal fine, si prefissa a livello di sistema il valore di riferimento dell'energia di regolazione ΔE_{rif} : quest'ultima si stima in funzione dell'entità della perdita del gruppo di generazione ed il valore di target della frequenza da ottenersi. Questo valore potrebbe essere superiore a quello dell'energia ΔE_{disp} ottenibile con la dotazione dei gruppi di generazione convenzionali. La differenza tra il valore di riferimento dell'energia di regolazione e quella effettiva disponibile consente la determinazione della potenza del sistema di accumulo P_{batt} :

$$P_{batt} = \sigma_{batt} f_n (\Delta E_{rif} - \Delta E_{disp}) \quad (2.15)$$

ove σ_{batt} è lo stismo della batteria.

Si può conseguentemente determinare l'energia necessaria per l'erogazione del servizio di regolazione della frequenza. A tal fine occorre tener conto che la potenza iniettata in rete durante la fase di carica ($P_{batt} < 0$) e scarica ($P_{batt} > 0$) differisce da quella effettiva della batteria: occorre tener conto del rendimento.

Se si designano con η_c e η_d rispettivamente il rendimento durante la fase di carica e scarica, la potenza effettiva P_{eff} è determinabile con le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} P_{eff} &= \frac{P_{batt}}{\eta_d} & P_{batt} > 0 \\ P_{eff} &= \eta_c P_{batt} & P_{batt} < 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Si supponga che i due rendimenti siano uguali $\eta_c = \eta_d = \eta$: si definisce il round-trip efficiency come $\eta_c \eta_d = \eta^2$. Il valore di η^2 può essere assunto pari a 85%. L'energia della batteria E_{batt} deve essere tale da espletare entrambi i servizi di supporto upwards e downwards per la durata $\tau = 15$ minuti. Ne consegue che:

$$E_{batt} = \tau P_{batt} \sqrt{\eta_c} + \frac{\tau P_{batt}}{\sqrt{\eta_d}} \quad (2.17)$$

Lo stato di carica SOC può essere conseguentemente valutato con la relazione:

$$SOC = SOC^0 - \frac{\int_0^t P_{eff}(\xi) d\xi}{E_{batt}} \quad (2.18)$$

In (Stroe, 2017) si confrontano tre strategie di controllo schematizzate nelle figure 2.2 a), b) e c).

Con riferimento alla strategia A, lo stato di carica è ristabilito quando la frequenza di rete è all'interno della banda morta ± 20 MHz. Inoltre, nel caso in cui la contingenza richiedesse una durata di regolazione maggiore di 15 minuti, il servizio sarebbe interrotto per ripristinare il valore di riferimento dello stato di carica.

Con riferimento alla strategia B, lo stato di carica è ristabilito solo quando sono raggiunti il livello minimo e massimo del SOC (ad esempio 10% e 90%).

La strategia di tipo C fa riferimento ad un'architettura di tipo parallelo, ossia il servizio di regolazione della frequenza e quello della ricarica della batteria sono in parallelo. Quest'ultimo ha una costante di tempo inferiore a quello della regolazione di frequenza.

Il confronto delle diverse strategie mette in evidenza una maggiore durata di vita delle batterie con strategia di controllo di tipo C. Sempre in (Stroe, 2017) viene messa in evidenza la criticità correlata alle variazioni di temperatura, che ha l'impatto più elevato tra i vari fattori sulla durata di vita della batteria.

3 Analisi statistica dei dati delle frequenze di rete

Nel seguito si riportano i risultati dell'elaborazione di dati di frequenza realmente misurati e relativi alla frequenza di un'area della rete sincrona continentale, come elaborati dal sito: http://clients.rte-france.com/lang/an/visiteurs/vie/vie_frequence.jsp

Si ritiene che la mole e la natura dei dati sia tale da poterli considerare assolutamente significativi e utili per poter supportare metodologie di calcolo delle batterie che tengano propriamente in conto il meccanismo di invecchiamento delle stesse, con risultati ed implicazioni dalla valenza certamente generalizzabili a differenti applicazioni.

Come esposto in precedenza, scopo ultimo di tale analisi è di caratterizzare il processo di degrado delle batterie, in base alle statistiche dei tempi di attraversamento di prefissate barriere per il processo delle frequenze. L'obiettivo è quello di inferire informazioni, a partire da dati disponibili, sulla distribuzione della variabile aleatoria distanza tra due attraversamenti successivi.

I dati disponibili fanno esplicito riferimento ad un intero anno (per la precisione il 2016) e sono campionati con frequenza di 0.1 Hz, ossia con periodo di campionamento di 10 s. A titolo d'esempio, l'andamento delle successive frequenze così campionate, con riferimento ad un generico giorno, è mostrato in Figura 3.1 (si tratta di un campione di taglia $N=8640$ valori di frequenza, corrispondenti alle misure effettuate ad intervalli di 10 s (quindi: $N=6 \times 60 \times 24=8640$)).

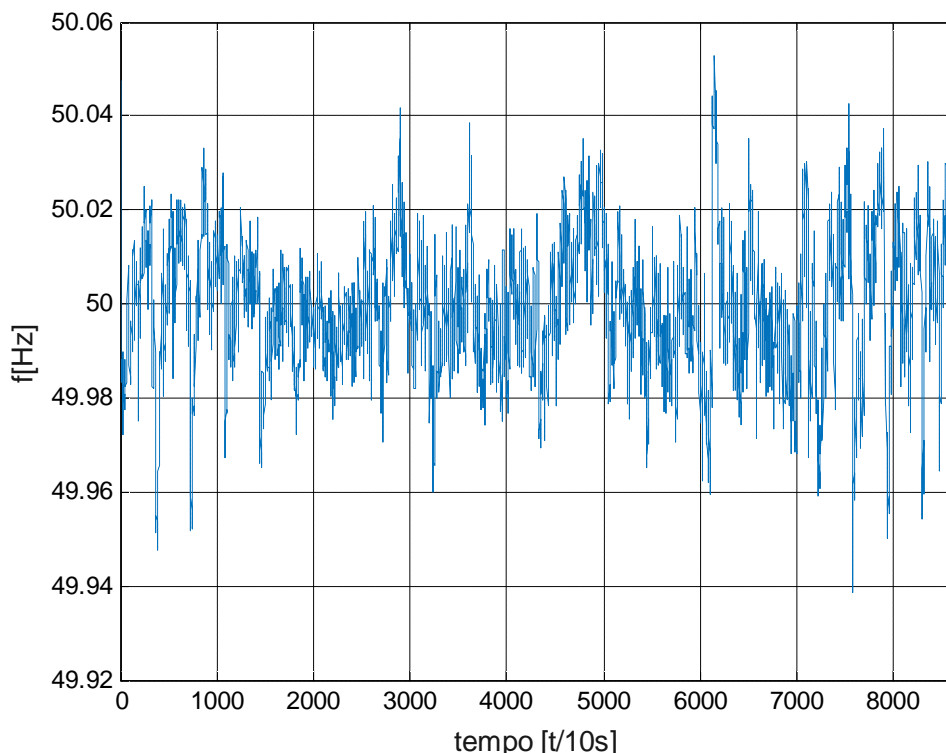


Figura 3.1 Evoluzione della frequenza di rete per un set di 8640 valori di un dato giorno

Per avere un'idea delle possibili variazioni delle frequenze, con riferimento ai dati di Figura 3.1, si evidenzia che il valore minimo è pari a 49.9385 Hz ed il valore massimo è 50.0530 Hz. Chiaramente, tali valori estremi, sono leggermente differenti giorno per giorno (ad esempio, nel giorno seguente a quello di Figura 3.1 i valori minimo e massimo sono, rispettivamente, 49.9112 Hz ed 50.1044 Hz). Da un'analisi più dettagliata, inoltre, si trova che le statistiche ricavate per l'intero periodo in esame (un anno) non variano significativamente. In altre parole, si può osservare che l'ampiezza del range di variazione, i valori medi, percentili, etc. rimangono grosso modo costanti se si analizzano su base giornaliera o sulla base di differenti intervalli di tempo comunque posizionati nell'arco dell'anno.

Inoltre, i valori del coefficiente di asimmetria (Skewness, Rohatgi 1984) definito dal rapporto (adimensionale) tra il momento centrale terzo e la Deviazione standard al cubo - è sempre non significativamente diverso da zero, in accordo ad un modello Gaussiano che sembra, come evidente anche a partire dall'istogramma di Figura 3.2, la funzione di densità di probabilità che meglio descrive i dati di frequenza analizzati (l'istogramma di figura è riferito allo stesso set dei valori di cui al grafico di Figura 3.1). Invero, si può osservare che la Skewness è leggermente negativa per l'istogramma di figura, così come è leggermente positiva per altri insiemi di dati.

Anche il Normal probability plot (Lawless, 1982) conferma la bontà dell'adattamento al modello Gaussiano, o comunque una sua certa superiorità rispetto ad altri modelli plausibili, come quelli: Gamma, Lognormale, Weibull; Weibull Inverso (Johnson, Kotz, Balakrishnan 1994).

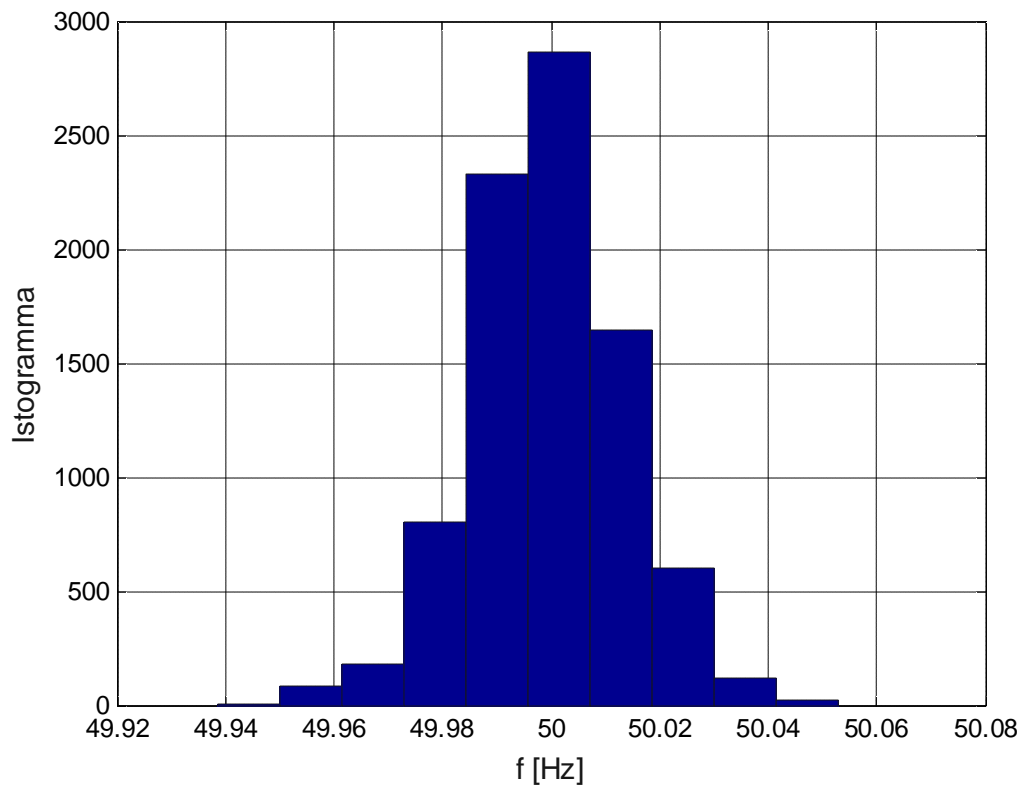


Figura 3.2 Istogramma dei dati delle frequenze di rete per lo stesso set di valori di Figura 3.1

Al di là delle verifiche grafiche, lo stesso risultato è confermato dagli appositi test di Goodness of fit come quello di Kolmogorov-Smirnov (Rohatgi, 1984; Rohatgi and Saleh, 2000). In ogni caso, si evidenzia che la particolare ipotesi distribuzionale, Gaussiana o altra che sia, non influenza l'approccio metodologico della presente ricerca e, al più, può semplificarne la deduzione dei risultati.

Più in generale, l'analisi dei dati è stata effettuata secondo le tradizionali e acclamate metodologie statistiche, i cui risultati ottenuti possono essere sintetizzati come segue.

La distribuzione delle frequenze è ben approssimabile con una legge Gaussiana (Figura 3.1 e 3.2);

Fissato un generico valore di barriera b per lo scostamento di frequenza, $|\Delta f|$, la distribuzione degli intervalli tra i tempi successivi di attraversamento barriera è ben approssimabile con una legge Esponenziale (Figura 3.3). Questo, in virtù di quanto richiamato in App. 2, rende valida l'ipotesi di Poisson per il suddetto processo di attraversamento (Blake e Lindsey, 1985). In particolare, in Figura 3.3 si mostra l'adattamento mediante Distribuzione Esponenziale, con tempo medio di attraversamento pari a circa 52 ore, avendo scelto $b=100$ mHz. La Figura 3.4 mostra la dipendenza da b dell'ampiezza degli intervalli tra i tempi successivi (tempi di attraversamento) per cui risulta: $|\Delta f| > b$, dove $|\Delta f|$ è valore assoluto dello

scostamento di frequenza e b è un prefissato valore della barriera. Come ci si può attendere, essa è una funzione crescente dello stesso b (fig. 3.4).

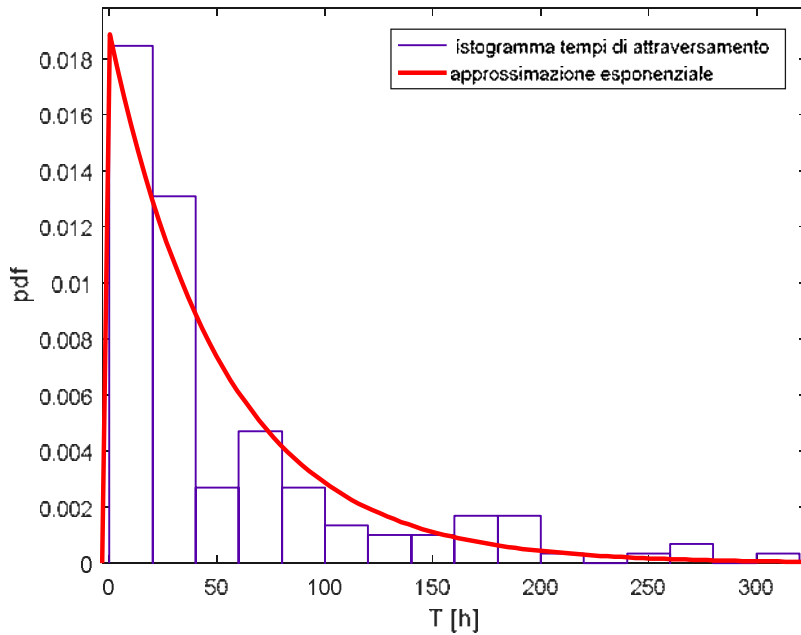


Figura 3.3 Istogramma dei tempi di attraversamento barriera di ampiezza 100 mHz

In altri termini, la frequenza di attraversamento, ossia del processo di Poisson degli squilibri, diminuisce con b , come peraltro intuitivo. Infine, in Figura 3.5 viene riportato il Periodogramma del segnale $x(t)$ ottenuto per un giorno generico sottraendo dalla frequenza il valore medio, ossia $x(t) = f(t) - E[f(t)]$.

Si ricorda che il periodogramma di un segnale è una stima della densità spettrale (Papoulis, 2002).

Definita la funzione di autocovarianza:

$cov[x(t+u), x(t)] = c_{XX}(u)$, $t, u = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, poiché il segnale soddisfa la condizione $\sum_{u=-\infty}^{u=+\infty} |c_{XX}(u)| < +\infty$, la potenza

spettrale alla frequenza λ è definita come:

$$f_{XX}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{u=-\infty}^{u=+\infty} e^{-j\lambda u} c_{XX}(u), \quad -\infty < \lambda < +\infty \quad (3.1)$$

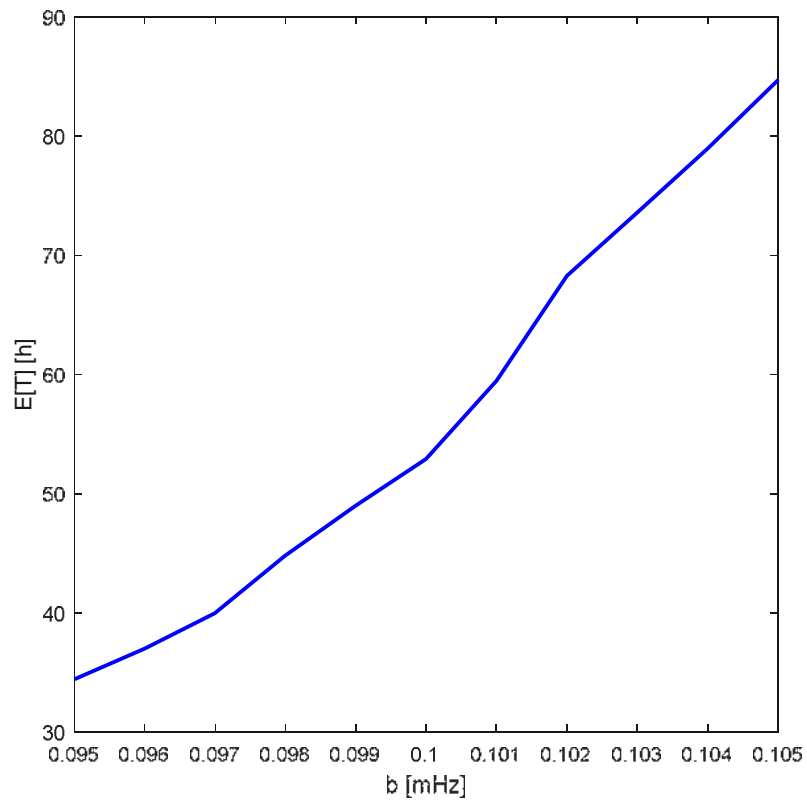


Figura 3.4 Tempo medio attraversamenti in funzione di b

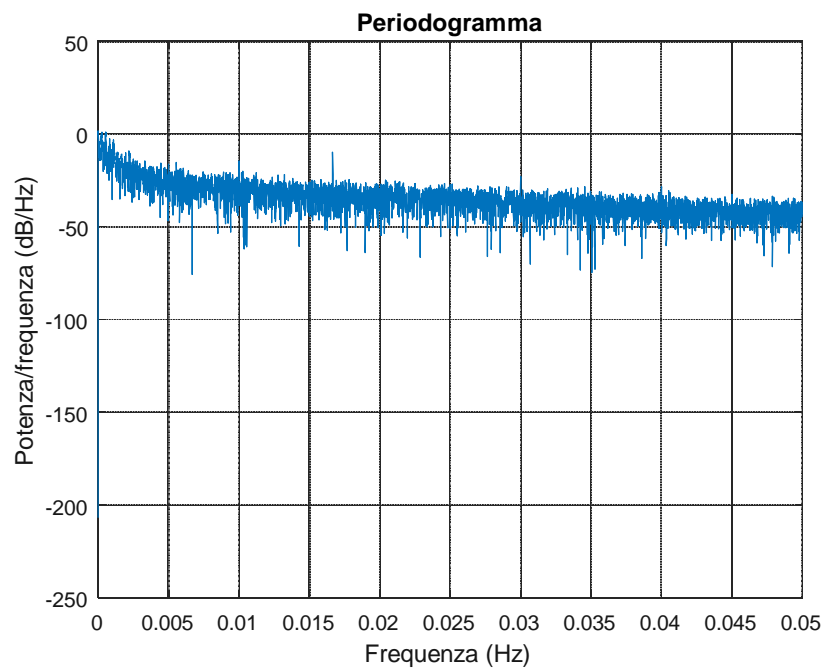


Figura 3.5 Periodogramma di un giorno generico

Se si considerano i valori $x(0), x(1), \dots, x(T-1)$, il periodogramma $I_{xx}(\lambda)$, originariamente proposto da Schuster per identificare periodicità nascoste, definito come:

$$I_{xx}(\lambda) = \frac{1}{2\pi T} \left| \sum_{t=0}^{T-1} e^{-j\lambda t} x(t) \right|^2, \quad -\infty < \lambda < +\infty \quad (3.2)$$

fornisce una stima di $f_{xx}(\lambda)$ nel caso $\lambda \neq 0 \pmod{2\pi}$.

L'analisi del periodogramma ha permesso di confermare le analisi statistiche condotte in termini di processo di attraversamento.

4 Modelli di usura per le batterie per la identificazione dei modelli probabilistici della durata di vita (lifetime)

4.1 Premessa

Scopo principale di questa parte del presente report è quello di offrire un contributo metodologico alla identificazione dei più opportuni modelli affidabilistici idonei a rappresentare i modelli probabilistici dei tempi di durata delle batterie. Ciò significa dedurre la selezione dei modelli di vita - e quindi le relative stime (non oggetto della presente ricerca) - sulla base delle dinamiche fisiche del meccanismo di degrado delle prestazioni della batteria, ovvero a valle della caratterizzazione di un opportuno processo di usura che agisce sul componente, in virtù degli squilibri di potenza analizzati nella prima parte.

Qui si richiama solo il fatto che la sempre più crescente diffusione delle fonti rinnovabili implica una maggiore riserva per il bilanciamento degli squilibri di potenza, anche in virtù della grande velocità di risposta dei sistemi di accumulo che impiegano batterie Li-ion, al fine della regolazione primaria della frequenza. Tuttavia ciò - anche in relazione alla strategia di controllo dello stato di carica - ha delle ripercussioni inevitabili sulla durata di vita della batteria.

Venendo al tema specifico della durata di vita della batteria, in ogni caso tale studio è motivato sia da una limitata disponibilità di dati di guasto, sia dalla loro incertezza, legata a condizioni diverse (p.es. in laboratorio, a volte a seguito di prove accelerate) rispetto a quelle operative effettive, caratterizzate da una grande variabilità già sottolineata nella prima parte del Report, e per di più una variabilità aleatoria e scarsamente prevedibile.

Successivamente, vengono discusse le principali distribuzioni probabilistiche dei modelli di vita per le batterie, analizzate sulla base delle risultanze di cui sopra.

La necessità di introdurre distribuzioni probabilistiche per i modelli di vita per le batterie è abbastanza evidente: il fenomeno dipende da un vasta serie di parametri, sia microscopici che macroscopici che rendono impossibile un approccio deterministico. Per completezza, in Appendice 1 e Appendice 2 vengono richiamati, rispettivamente, i modelli affidabilistici più utilizzati per le batterie - oltre a quello Gaussiano Inverso (IG nel seguito), cui fa riferimento in questo paragrafo - e i principali modelli probabilistici dei processi di usura di cui sopra. Si ricorda che nel par. 3 è stato presentato un sommario delle analisi statistiche elaborate a partire da dati reali circa le frequenze di rete, allo scopo di fornire le basi per la

caratterizzazione del processo di usura. Da queste analisi si evince che gli eventi di squilibrio agenti come usura per la batteria possono con ottima approssimazione considerarsi distribuiti secondo un processo di Poisson, e ciò pone le basi per il modello matematico di cui si discute di seguito.

Appare opportuno un richiamo alla bibliografia riportata al termine del report, che costituisce necessariamente una selezione ristretta di una gamma vastissima di articoli o libri, a cominciare dai classici testi sui processi stocastici di Doob (1954), Parzen (1962), Cox e Miller (1965), Cinlar (1975), Grandell J. (1997), fino ad Aven e Jensen (1998) per la deduzione dei modelli affidabilistici sulla base di tali processi. Una valida trattazione introduttiva è nel celebre testo di Ross (1996). Sono classiche, per la caratterizzazioni dei massimi e degli attraversamenti dei processi stocastici, le opere (articoli) di Cramér (1962 e 1965), fino ad arrivare a quella di Press (2014) sui processi di Poisson composti, che costituiscono una delle fondamenta dell'approccio qui seguito, mentre un fondamentale testo di riferimento è quello di Leadbetter (1967). La caratterizzazione probabilistica dei processi di usura ha essenzialmente inizio da studi fondamentali come quelli di (Gertsbackh e Kordonskiy, 1969), (Esary et al., 1973), (Shaked, 1983), (Ahmad e Sheikh, 1984), per proseguire con articoli fondamentali come, (Kahle e Lehmann, 1998, 2004), (Whitmore, 1995). Una recente e completa rassegna di tali modelli è riportata in (Chen et al., 2017).

Tale classe di processi è stata utilizzata in diverse applicazioni ai sistemi elettrici, p.es. in un autorevole testo come quello di Anders (1990), come anche in una serie di articoli degli autori, tra cui (Chiodo e Lauria, 2012) sui valori massimi della domanda di potenza elettrica. Infine, sebbene le stime dei modelli di vita per le batterie non siano oggetto specifico di questo rapporto, sono da segnalare attività pregresse degli autori sul tema, anche in collaborazione con ricercatori di Enea, come in (Andrenacci et al., 2016a, 2016b); in qualche caso (Chiodo, Lauria et al., 2013) esse hanno consentito di verificare la validità del modello IG qui proposto, e proposto nuovi metodi di stima; in particolare, nel caso specifico, si è proposto un metodo di inferenza Bayesiano (Martz e Waller, 1991; Mekker e Escobar, 1998), cui si accennerà in seguito.

4.2 *Un Modello di usura per le batterie generato da un processo stocastico*

Normalmente, i dati affidabilistici dei componenti qui esaminati sono caratterizzati da un'elevata incertezza, che essenzialmente è dovuta a due aspetti: i componenti sono intrinsecamente caratterizzati da un alto valore di affidabilità, che determina un basso valore del numero di guasti riscontrabili; le rinnovate condizioni di esercizio del sistema elettrico espongono i componenti stessi a condizioni operative comunque differenti da quelle progettate o da quelle nelle quali finora hanno operato.

L'attività di ricerca è stata inizialmente finalizzata, sulla base dello studio della recente bibliografia in materia, alla definizione di un'adeguata caratterizzazione dei processi di usura in termini di processi stocastici (con riferimento principale ai *processi stocastici*, e in particolare ai *processi di Rinnovo*, richiamati in *Appendice2*). Ciò viene effettuato nel già richiamato spirito di offrire un contributo metodologico alla identificazione dei più opportuni modelli affidabilistici idonei a rappresentare i modelli probabilistici dei

tempi di durata delle batterie. In particolare, nel report si fa riferimento al modello *Gaussiana Inverso* (IG), motivato sulla base del suddetto processo di usura, e già adottato diverse volte in letteratura (Zhang et al., 2017). Tuttavia, sia in considerazione del fatto che in ultima analisi la decisione del modello attiene comunque alla analisi dei dati disponibili, sia perché non si tratta, per lo IG, dell'unico modello plausibile, si ritiene opportuno richiamare in *Appendice 1* anche altri modelli pure adottati, quali quelli: *Birnbaum-Saunders*, *Lognormale*, *Gamma*, *Weibull*, che risultano anche abbastanza flessibili, e anche supportati in alcuni casi da motivazioni teoriche. Tale richiamo ha lo scopo di evidenziarne le differenze sostanziali rispetto a quello IG, in modo tale che lo sperimentatore, al quale in ultima analisi spetta la scelta finale del modello, sia consapevole delle conseguenze della scelta.

Per esempio, la funzione tasso di guasto (*Hazard Rate*, HR), $h(t)$, del modello IG, più avanti richiamata, ha andamento dapprima crescente (a partire da zero: $h(0^+) = 0$) e poi decrescente verso un limite costante. Il modello Lognormale ha un andamento simile per l'HR, eccetto che per il fatto che il valore limite è nullo, i modelli Gamma e Weibull hanno invece un HR monotono, crescente o decrescente, in qualche caso costante (Appendice1).

La scelta del modello di lifetime, come evidenziato, attenendo alla analisi dei dati statistici, non è oggetto specifico della presente attività di ricerca, che si limita solo ad evidenziare i processi fisici che possono legittimare l'uno o l'altro modello. L'analisi delle conseguenze della scelta, dunque, non sarà qui affrontata, rimandando per essa alla bibliografia riportata in chiusura del Report (Lawless, 1982; Mekker e Escobar, 1998, Chiodo e Mazzanti, 2011).

Si volga dunque l'attenzione alla suddetta definizione di un'adeguata caratterizzazione dei processi di usura in termini di processi stocastici.

Si è già discusso come una batteria, adibita al servizio di regolazione primaria della frequenza, sia soggetta a continue operazioni di carica e scarica di profondità variabile: ciò pone una questione molto delicata, ovvero quella di contare propriamente i cicli di carica e scarica, allo scopo di valutarne entità e conseguenze, in termini di meccanismo di invecchiamento. La prima fase dello studio è stata focalizzata sulla caratterizzazione aleatoria del processo stocastico squilibrio di carico. Al fine di dedurre il meccanismo di degrado delle batterie, si sono effettuate (come riportato in par.3) delle approfondite analisi statistiche dei tempi di attraversamento per prefissate barriere. L'obiettivo è quello di inferire informazioni, a partire da dati disponibili, sulla distribuzione della variabile aleatoria distanza tra due attraversamenti successivi. Tale analisi porta a giustificare la scelta di un processo omogeneo di Poisson per descrivere la probabilità che, nell'intervallo di tempo $(0,t)$, il numero di eventi¹, $N(t)$, sia eguale ad n , ottenendo:

¹Qui e nel seguito, si indica per semplicità come evento l'occorrenza di un qualsiasi fenomeno (legato al suddetto squilibrio) suscettibile di influire sul meccanismo di invecchiamento.

$$P\{N(t) = n\} = \frac{\lambda t^n e^{-\lambda t}}{n!} \quad (4.1)$$

La teoria della probabilità sancisce che, indicando con T_1, T_2, T_n, \dots gli istanti aleatori di occorrenza di ogni evento (Figura 4.1) ossia, ad ogni istante T_k si verifica un dato evento E_k - tali eventi E_k si manifestano a distanze aleatorie $S_k = T_k - T_{k-1}$ l'uno dall'altro, laddove gli S_k siano variabili aleatorie Esponenziali di parametro λ , ognuna indipendente dalle altre (App. 2). Il processo può essere rappresentato graficamente come in Fig.4.1, ove gli istanti di salto del processo sono indicati con le lettere minuscole t_1, t_2, t_n, \dots , realizzazioni delle v.a. T_1, T_2, T_n, \dots .

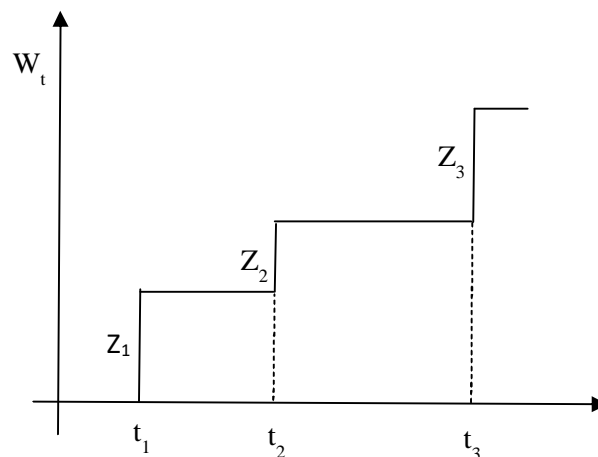


Figura 4.1 Rappresentazione del processo $W(t)$

Poiché ad ogni evento E_k corrisponde un diverso danno Z_k , pure da considerarsi una variabile aleatoria, si considera quindi come processo di usura cumulativo il seguente processo, definito come:

$$W(t) = \sum_{k=1}^{N(t)} Z_k \quad \text{se } N(t) > 0$$

$$W(t) = 0 \quad \text{se } N(t) = 0 \quad (4.2)$$

Naturalmente, il processo di usura composto $W(t)$ è una estensione di quello di Poisson semplice $N(t)$, di cui alla App. 2, ovvero $N(t)$ è un caso particolare di $W(t)$, laddove si ponga $Z_k = 1$, per ogni valore di k .

Dunque, il processo di usura cumulativo $W(t)$ è un processo stocastico definito da un insieme di variabili aleatorie continue Z_k ed una variabile aleatoria discreta $N(t)$ che tiene conto del numero di eventi avvenuti nell'intervallo di tempo $(0, t)$.

Si ripete che tale modello tiene conto della sola usura relativa agli eventi di squilibrio.

Si deve inoltre sempre tener presente che, oltre che da tale processo di usura, la batteria è comunque affetta ad un proprio meccanismo di invecchiamento caratteristico, di tipo continuo, che viene spesso descritto in letteratura mediante un processo di Wiener (Zhank, Hu et al., 2017).

Si ricorda che un processo di Wiener $X(t)$, anche noto come moto Browniano, è un processo che:

- 1) parte dal valore nullo in $t=0$: $P\{X(t)=0\}=1$ quasi certamente (q.c.);
- 2) Le sue traiettorie sono continue q.c. (la funzione $t \rightarrow X_t$ è q.c. continua ovunque in t);
- 3) Il processo ha incrementi indipendenti e Gaussiani, con $X_t - X_s \approx N(0, t-s)$ (per $0 \leq t < s$), dove $N(\alpha, \beta)$ indica distribuzione Normale di media α e varianza β .

È importante sottolineare che la terza condizione significa che,

se $0 \leq s_1 < t_1 \leq s_2 < t_2$, allora $X_{t_1} - X_{s_1}$ e $X_{t_2} - X_{s_2}$ sono variabili casuali Gaussiane indipendenti, e condizione simile vale per un qualsiasi numero n di incrementi.

Quello sopra descritto, che implica (in virtù delle proprietà 1) e 2)) la condizione di media nulla, è un processo di Wiener standard (per il quale $E[X(t)]=0$ e $Var[X(t)]=t$). La forma più generale è quella con un drift $\delta > 0$ e una costante di diffusione $\nu > 0$, che può essere scritto nella forma:

$$X(t) = \delta t + \nu X_s(t) \tag{4.3}$$

Dove X_s è un processo di Wiener standard. Chiaramente, la media del processo al tempo t vale δt , mentre la varianza del processo al tempo t vale $\nu^2 t$.

Nel caso più generale, è dunque ragionevole assumere che il modello di invecchiamento complessivo, $Y(t)$, sia dato dalla sovrapposizione dei due suddetti modelli:

$$Y(t) = Y_0 + W(t) + X(t) \tag{4.4}$$

dove:

Y_0 è il valore iniziale di usura, nel seguito assunto (senza ledere di generalità) nullo;

$W(t)$ è un processo di usura cumulativo definito dalla 4.2);

$X(t)$ è un processo di Wiener con drift, sopra descritto.

Ai fini dello studio del lifetime, in seguito caratterizzato come v.a. denominata con T , si osserva che il guasto della batteria si verificherà nell'istante in cui il processo $Y(t)$ supererà la soglia di tenuta specifica della batteria, s , ovvero la capacità scenda al di sotto di un dato valore c corrispondente alla soglia s . Da un punto di vista del tutto generale, la soglia s è anch'essa una variabile aleatoria (e in App. 3 si vedrà come trattare questo caso). Tuttavia, generalmente si intende in letteratura per soglia un prefissato valore di capacità ridotta rispetto a quella nominale: tipicamente, si fa riferimento ad una riduzione tra il 20 e 30% (Ye e Xie, 2015). In ogni caso, fissato il valore di soglia s , il lifetime è esprimibile in funzione del processo $Y(t)$ come segue:

$$T = \inf\{t : Y(t) > s\} = \inf\{t : C(t) < c\} \tag{4.5}$$

Il legame tra T e $Y(t)$ è esemplificato in Figura 4.2.

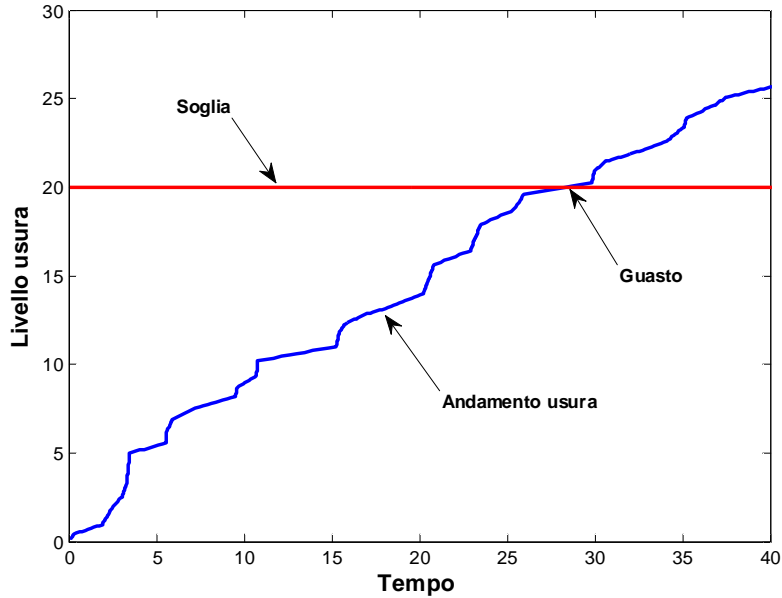


Figura 4.2. Esempio di funzione membro di un processo di usura

In presenza del solo processo di Wiener $X(t)$, è ben noto (Chhikara e Folks, 1989; Chen et al, 2017) che la distribuzione di T è una Gaussiana Inversa. La pdf della distribuzione Gaussiana inversa, con parametri μ e λ (entrambi aventi dimensioni di un tempo) è:

$$f(t; \mu, \lambda) = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi t^3}} \exp\left[-\frac{\lambda}{2\mu^2 t}(t - \mu)^2\right], \quad (4.6)$$

$t, \mu, \lambda > 0$

Con riferimento ad un processo di Wiener con un drift $\delta > 0$ e una costante di diffusione $\nu > 0$, e ad un valore (convenzionale) di soglia $s=1$, i parametri di tale pdf sono:

$$\mu = \frac{1}{\delta}; \quad \lambda = \frac{1}{\nu^2} \quad (4.7)$$

Tale modello è richiamato con qualche dettaglio più avanti, in App. 1.

4.3 Determinazione della distribuzione del processo di usura e inferenza sul modello di vita

Come già accennato, e motivato analiticamente e graficamente nel par. 3, si considereranno gli eventi di usura, legati agli squilibri, distribuiti mediante un processo di Poisson, descritto dalla già introdotta legge:

$$p(k, t) = P[N(t) = k] = e^{-\phi t} \cdot \frac{(\phi t)^k}{k!}, \quad k = 0, 1, \dots, \infty \quad (4.8a)$$

La costante positiva ϕ è la frequenza media del processo, come si evince anche dal valore atteso:

$$E[N(t)] = \phi t \quad (4.8b)$$

Da esso si evince infatti che $\phi = E[N(t)] / t =$ numero atteso di eventi per unità di tempo.

Si ha anche che la varianza del processo è identica alla media:

$$\text{Var} [N(t)] = \phi t \quad (4.8c)$$

Invero, l'ipotesi del modello di Poisson stabilisce molto di più, ovvero che il processo di conteggio degli eventi $N(t)$ è tale che (Parzen, 1962):

1) $N(0) = 0;$

2) $N(t)$ ha incrementi stazionari e indipendenti;

$$\mathbf{3)} \quad P[N(t+s) - N(s) = k] = e^{-\phi t} \cdot \frac{(\phi t)^k}{k!} \quad k = 0, 1, \dots, \infty, \forall s, t \geq 0 \quad (4.9)$$

Dalla suddette assunzioni si ricava tra l'altro che il processo di Poisson può essere caratterizzato come un processo di rinnovo (App. 2) , per il quale nello specifico si ricava che i generici tempi T_k di accadimento degli eventi vengono ad essere distribuiti mediante una distribuzione Gamma (App. 1) di parametri k (forma) e ϕ (scala); indicando con $S_k = T_k - T_{k-1}$, ampiezza di un intervallo tra due eventi successivi, si ricava che la successione di v.a. S_k è costituita da v.a. (statisticamente) indipendenti ed identicamente distribuite (IID), in particolare v.a. Esponenziali, con $E[S_k]=1/\phi$, qualsiasi sia k .

Inoltre, sussiste la interpretazione della costante positiva ϕ come frequenza (e non solo frequenza media), in senso asintotico, del processo, in base alla seguente legge di convergenza in senso forte (o quasi certa , q.c.), del processo (legge forte dei processi di rinnovo):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{N(t)}{t} = \phi, \text{ q.c.} \quad (4.10)$$

Si consideri quindi il processo di usura cumulativo, già definito dalla 4.2).

Si suppone che media e varianza delle variabili aleatorie continue Z_k (determinate dall'usura corrispondente agli eventi di squilibrio) siano rispettivamente date da:

$$\begin{aligned} E[Z_k] &= \mu_z, \forall k \\ V[Z_k] &= \sigma_z^2, \forall k \end{aligned} \quad (4.11)$$

Purtroppo è quasi sempre impossibile determinare analiticamente la funzione distribuzione il processo di usura cumulativo. Media e varianza di tale processo sono invece piuttosto semplici da ricavare, almeno nel caso in cui le v.a. continue Z_k siano IID, e sono fornite dalle relazioni (Parzen, 1962):

$$E[W(t)] = \phi \cdot \mu_z \cdot t \quad (4.12)$$

$$V[W(t)] = (\mu_Z^2 + \sigma_Z^2) \cdot \phi \cdot t \quad (4.13)$$

Come sarà richiamato più avanti, è infatti semplice ricavare media e varianza di $W(t)$ condizionate a $N(t)$, e quindi applicare le note relazioni (Papoulis, 2002) che forniscono la media e varianza di una v.a. Y qualora siano noti gli stessi parametri condizionati ad altra v.a. X :

$$\begin{aligned} E[Y] &= E[E[Y|X]] \\ \text{Var}[Y] &= \text{Var}[E[Y|X]] + E[\text{Var}[Y|X]] \end{aligned} \quad (4.14)$$

Vale inoltre, come intuitivo, la seguente estensione della legge forte dei grandi numeri per i processi di rinnovo:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{W(t)}{t} = \phi \mu_Z, \text{ q.c.} \quad (4.15)$$

Nel caso in cui, come qui verrà assunto, le v.a. continue Z_k siano IID, la pdf di $W(t)$ si può dedurre formalmente mediante lo strumento della convoluzione (v. App. 2) come segue: in ogni istante t , $W(t)$ è una v.a. continua, somma di un numero aleatorio $N(t)$ delle v.a. I.I.D Z_k . Detta dunque $f_z(z)$ la pdf comune a tutte le v.a. Z_k , e $f_w(w,t)$ la pdf di $W(t)$ calcolata in w al tempo t , come ben noto (Papoulis, 2002) la pdf di $W(t)$ condizionata ad $N(t)=n$ si ottiene dalla n -convoluzione delle $f_z(z)$ calcolata in $z=w$.

$$f_w(w,t | N(t) = n) = f_z^{(n)}(w)$$

dove con $f_z^{(n)}(w)$ si intende la n -convoluzione di $f_z(z)$ calcolata in $z=w$, cioè:

$$f_z^{(n)}(t) = f(t) \otimes f(t) \dots \otimes f(t)$$

dove il prodotto di convoluzione \otimes è ripetuto n volte. Utilizzando dunque il teorema della probabilità totale risulta:

$$f_w(w,t) = \sum_{n=0}^{\infty} P(N(t) = n) f_w(w,t | N(t) = n) = \sum_{n=0}^{\infty} P(N(t) = n) f_z^{(n)}(w)$$

Considerando poi che $W(t)=0$ se $N(t)=0$, introducendo la funzione impulso di Dirac $\delta(x)$, si ha:

$$f_w(w,t | N(t) = 0) = \delta(w)$$

Quindi la espressione esplicita della pdf di $W(t)$ è la seguente:

$$f_w(w;t) = \delta(w)P(N(t) = 0) + \sum_{n=1}^{\infty} f_w(w;t / N(t) = n)P(N(t) = n)$$

Ovvero:

$$f_w(w;t) = \delta(w)\exp(-\phi t) + \sum_{n=0}^{\infty} P(N(t)=n) f_Z^{(n)}(w) \quad (4.16)$$

Come si accennava, tale espressione conduce ad una forma chiusa, sia pure complessa, in pochi casi, ossia quelli in cui la convoluzione delle pdf $f_z(z)$ sia esprimibile in forma chiusa; ciò avviene p.es. nel caso Gaussiano (in cui la convoluzione conduce ancora ad una pdf Gaussiana), in quello Esponenziale (in cui la convoluzione conduce ad una pdf Gamma, v. App. 1). Quest ultimo è forse il caso analiticamente più trattabile, che tuttavia conduce per la pdf di $W(t)$ ad uno sviluppo in serie esprimibile in termini di funzioni di Bessel (Cox, 1962), in pratica poco agevole, soprattutto in vista del calcolo della conseguente pdf del lifetime che qui interessa.

Tuttavia, Parzen (1962, p.99) dimostra che se ϕ tende all infinito, $W(t)$ tende a un processo Wiener. Ciò risulta vero anche al divergere del tempo t ; infatti esso risulta convergere, in virtù del Teorema Limite Centrale, un processo Gaussiano con incrementi stazionari e indipendenti. Ciò può essere dimostrato rigorosamente mediante le Funzioni caratteristiche, tuttavia è semplice darne una interpretazione euristica: in base alla 4.10), $N(t)$ diverge al divergere di t , quindi $W(t)$ tende alla somma di infinite v.a. indipendenti, che è noto tendere sotto ipotesi abbastanza generali - ad una distribuzione Gaussiana, indipendentemente da quella delle singole v.a. Z_k .

In vista delle future analisi, considerando che dati gli elevati livelli di affidabilità raggiunti dai moderni componenti in questione, si può supporre che la suddetta approssimazione asintotica sia soddisfatta, e quindi che il modello di usura complessivo, $Y(t) = W(t) + X(t)$, essendo dato dalla somma di processi di Wiener supposti, come è ragionevole, statisticamente indipendenti sia ancora un processo Wiener, e quindi il tempo il attraversamento della data soglia (qui supposta nota) sia caratterizzato da una distribuzione Gaussiana Inversa, o per lo meno approssimabile ad essa. Una deduzione approssimata della distribuzione del tempo di attraversamento, con verifica numerica basata su dati reali, è esposta in (Zhank, Hu et al., 2017).

Resta oggetto di studi futuri il problema della stima del modello, non semplice in vista del gran numero di parametri. Esso è semplificato laddove l approssimazione con il modello IG sia acclarata, in quanto i parametri in tal caso sono soltanto due. Nel già citato articolo (Chiodo, Lauria et al., 2013) si è proposto un

metodo di inferenza Bayesiano basato su una parametrizzazione alternativa del modello IG, in funzione del coefficiente di variazione di T, $CV[T]$, cioè il rapporto tra la Deviazione standard e la media del lifetime T:

$$w = CV[T] = \sigma/\mu = (\mu/\lambda)^{1/2} \quad (4.17)$$

È possibile mostrare che il valore della funzione affidabilità $R(t)$ del modello IG valutata nel valore atteso di T, ovvero in $t=\mu$, è una funzione monotona di w, il che pone le basi per una efficace valutazione della pdf a priori (Martz e Waller, 1991) del coefficiente di variazione w.

Si fa infine cenno al fatto che, con metodi di mistura di v.a. (Whitmore, 1986), è anche possibile trattare modelli derivanti da una soglia aleatoria, ovvero caratterizzati da una pdf Gaussiana Inversa con parametri aleatori, che riflettano le variabilità delle condizioni di esercizio (e anche, nel caso specifico, l'incertezza sul valore della soglia di scostamento della frequenza) o delle caratteristiche costruttive delle diverse batterie.

In definitiva, nel presente paragrafo 4 si sono utilizzati i risultati delle analisi delle variazioni di frequenza di cui al par. 3 per dedurre un modello plausibile di vita della batteria, fermo restando che esso andrà testato alla luce della analisi dei dati statistici disponibili nei futuri sviluppi della attività di ricerca.

5 Conclusioni

Il Rapporto, redatto nell'ambito della Convenzione di Ricerca ENEA-Dipartimento di Ingegneria Industriale dell'Università degli Studi di Napoli Federico II, ha avuto come oggetto lo Studio della variabilità di potenza del carico effettivo di rete volto alla stima durata di vita di un sistema di accumulo a batterie per il supporto della regolazione primaria della frequenza dei sistemi elettrici. Lo studio è stato incentrato sulla caratterizzazione stocastica delle variazioni di frequenza, considerata la rigida proporzionalità tra squilibri di carico e deviazioni di frequenza. Inizialmente si è descritta la problematica delle variazioni di frequenza anche in relazione alla luce delle problematiche introdotte dal crescente grado di penetrazione delle fonti rinnovabili, mettendo in evidenza che i sistemi di accumulo, basati sull'impiego di batterie, possono svolgere un ruolo decisivo nell'ambito del supporto al servizio di regolazione della frequenza, oltre a quello ovvio di rendere più flessibile ed efficiente l'uso delle fonti rinnovabili. Dopo aver evidenziato la problematica del dimensionamento e delle strategie di controllo di tali sistemi di accumulo, si è proposta una metodologia di descrizione probabilistica delle variazioni di frequenza in termini di processo di attraversamento. In particolare dopo aver verificato, a partire da dati disponibili in rete, che la distribuzione dei tempi di attraversamento, per prefissate barriere, potesse propriamente essere descritta da una distribuzione esponenziale, si è ragionevolmente supposto che il processo di attraversamento potesse

essere descritto in termini di processo di Poisson. La classica analisi statistica in termini di periodogramma ha permesso di confermare la bontà delle ipotesi ammesse. Quindi, a partire da tale caratterizzazione stocastica, si è definito un processo di usura cumulativo, somma di due processi di Wiener. Ciò ha portato ad inferire che la durata di vita della batteria, riguardata come tempo di primo attraversamento della soglia prefissata, potesse essere propriamente descritta da una distribuzione Gaussiana inversa. Questo risultato pone le basi per l'identificazione e la stima ottimale del modello di vita per le batterie adibite a servizio di regolazione della frequenza tramite prove di vita accelerate. Lo studio potrebbe essere di significativo supporto alla progettazione della taglia ottimale delle batterie onde assicurare un'adeguata durata di vita delle stesse, nel rispetto sia del criterio del contenimento del costo che dei vincoli prestazionali inerenti al servizio di supporto alla regolazione della frequenza.

6 Appendice 1: Principali modelli di affidabilità per le batterie

In questa Appendice si richiamano brevemente le principali caratteristiche delle distribuzioni probabilistiche più adoperate in letteratura nell'ambito modelli di affidabilità per le batterie, a partire dal già illustrato modello IG - ovvero le Distribuzioni:

- 1) *Gaussiana Inversa*;
- 2) *Gamma*;
- 3) *Birnbaum-Saunders*;
- 4) *Lognormale*;
- 5) *Weibull*.

Dei modelli 2)-5), cui non si fa riferimento nel Report - si danno solo dei brevi sommari di seguito, rimandando alla letteratura specializzata (Johnson, Kotz , Balakrishnan, 1994; Lawless, 1982) per gli approfondimenti e i grafici.

La più celebre *Distribuzione Gaussiana* o Normale viene utilizzata raramente, sia per motivi teorici (non è relativa a v.a. intrinsecamente positive, a differenza delle precedenti), sia per la sua scarsa flessibilità.

Nel seguito, si indica con $R(t)$ la funzione affidabilità (*Reliability function*), ovvero la probabilità che il dispositivo funzioni continuamente in tutto l'intervallo $[0, t]$, ovvero la probabilità dell'evento $\{T > t\}$, ove T è la v.a. tempo di funzionamento (lifetime, LT) del dispositivo. Essa è a volte chiamata funzione di sopravvivenza (*Survival function*). La v.a. T , essendo continua, è caratterizzabile probabilisticamente mediante una *funzione densità di probabilità (pdf)*, $f(t)$, tale che il prodotto $f(t)dt$ rappresenta la probabilità che la variabile aleatoria T sia compresa nell'intervallo di tempo di durata infinitesima dt , avente inizio in t :

$$f(t)dt = P(t < T \leq t + dt) \quad (t \geq 0)$$

La *funzione di distribuzione cumulativa* (cdf) di T, $F(t)$:

$$F(t) = P\{T \leq t\} = \int_0^t f(u)du \quad (t \geq 0)$$

è anche detta funzione *inaffidabilità*, essendo la probabilità che il componente si guasti entro l'istante t (d ora in poi si ometterà la ovvia condizione: $t \geq 0$). Il complemento ad 1 della $F(t)$ rappresenta, ovviamente, la probabilità che il componente sia correttamente funzionante per un tempo superiore a t e ciò, sulla base della definizione data, rappresenta proprio l'affidabilità del componente:

$$R(t) = 1 - F(t) = P\{T > t\} = \int_t^{+\infty} f(u)du$$

Sussistono tra le grandezze sopra riportate anche le ovvie relazioni differenziali:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = - \frac{dR(t)}{dt}$$

Per un componente qualsiasi, si definisce *funzione tasso di guasto istantaneo*, $h(x)$, (o, come nel seguito, semplicemente *tasso di guasto*, in letteratura *Hazard rate*, HR) relativa al generico istante x - la funzione $h(x)$, definita - in ogni istante x tale che $R(x) > 0$ - da:

$$h(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = \frac{f(x)}{R(x)}$$

Essa si può ricavare dalla seguente definizione alternativa:

$$h(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P\{(x < T \leq x + \Delta x) | (T > x)\}}{\Delta x}$$

E' chiaro, da quest'ultima relazione, che la funzione tasso di guasto ha il seguente significato fisico:

Per un generico tempo $x > 0$, il prodotto $h(x)dx$ rappresenta per $dx \rightarrow 0$ - la probabilità che il componente si guasti nell'intervallo $(x, x+dx)$, dato che ha funzionato fino al tempo x .

Si noti che:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = - \frac{R'(t)}{R(t)} = - \frac{d}{dt} [\ln(R(t))]$$

Il più diffuso e semplice modello di affidabilità è quello Esponenziale, $R(t) = e^{-\lambda t}$, la cui funzione tasso di guasto è data da una costante, il reciproco del valore atteso di T:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \lambda$$

Questo è l'unico caso in cui il tasso di guasto è costante e pari all'unico parametro λ .

Il diagramma sperimentale di $h(t)$ presenta, per molti componenti, un andamento tipico detto a vasca da bagno (*Bath-Tub*), ossia prima decrescente, poi all'incirca costante, poi crescente per tempi elevati. Come riportato in letteratura e esemplificato nei modelli che seguono, per le batterie spesso questo modello è tuttavia inadeguato; infatti l'HR risulta, in base ad alcuni modelli stimati sulla base dei dati - tra cui quello IG qui preso a riferimento su basi teoriche - decrescente per tempi elevati. Qui si fa peraltro cenno che questo andamento, apparentemente contro-intuitivo per componenti soggetti ad usura, è stato spiegato in letteratura (Barlow, 1985).

6.1 Distribuzione Gaussiana inversa

La distribuzione Gaussiana Inversa (Johnson, Kotz, Balakrishnan, 1994; Chhikara e Folks, 1989) deve il suo nome alla relazione inversa che esiste tra la Funzione Caratteristica di questo modello e quella della distribuzione Normale.

La distribuzione Gaussiana inversa ha trovato un efficiente utilizzo per quelle situazioni in cui i guasti del periodo iniziale di vita condizionano, in maniera significativa, la distribuzione del tempo di funzionamento. In passato, per tali casi, si utilizzava soprattutto la distribuzione Lognormale (descritta in seguito), considerato che essa presenta un tasso di guasto con un andamento inizialmente crescente, poi decrescente.

La distribuzione Gaussiana inversa, che presenta un tasso di guasto con un andamento simile a quello della Lognormale, presenta alcuni vantaggi che, alcune volte, la rendono preferibile per rappresentare tempi di durata o anche modelli di riparabilità/manutenibilità.

La pdf della distribuzione Gaussiana Inversa, con parametri μ e λ (*entrambi aventi dimensioni di un tempo*) è:

$$f(t; \mu, \lambda) = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}} \exp\left[-\frac{\lambda}{2\mu^2 t} (t - \mu)^2\right],$$

$$t, \mu, \lambda > 0$$

La media e la varianza sono date rispettivamente da:

$$E[T; \mu, \lambda] = \mu$$

$$Var[T; \mu, \lambda] = \frac{\mu^3}{\lambda}$$

L'affidabilità ed il tasso di guasto possono essere espressi, non in forma chiusa, in funzione della funzione di probabilità cumulativa della distribuzione normale standard $\Phi(t)$, secondo le seguenti relazioni:

$$R(t; \mu, \lambda) = \Phi \left[\sqrt{\frac{\lambda}{t}} \left(1 - \frac{t}{\mu} \right) \right] - \exp \left[\frac{2\lambda}{\mu} \right] \Phi \left[-\sqrt{\frac{\lambda}{t}} \left(1 + \frac{t}{\mu} \right) \right],$$

$$h(t; \mu, \lambda) = \frac{\sqrt{\frac{\lambda}{2\pi t^3}} \exp \left[-\frac{\lambda(t-\mu)^2}{2\mu^2 t} \right]}{\Phi \left[\sqrt{\frac{\lambda}{t}} \left(1 - \frac{t}{\mu} \right) \right] - \exp \left[\frac{2\lambda}{\mu} \right] \Phi \left[-\sqrt{\frac{\lambda}{t}} \left(1 + \frac{t}{\mu} \right) \right]}.$$

Il tasso di guasto, prima crescente, raggiunge un massimo in un istante finito t^* (non esprimibile in forma chiusa) poi decrescente e tende a $\frac{\lambda}{2\mu^2}$ per $t \rightarrow +\infty$. Nelle figure successive sono mostrati alcuni esempi della pdf, dell'affidabilità e del tasso di guasto per diversi valori di λ , con $\mu=1$.

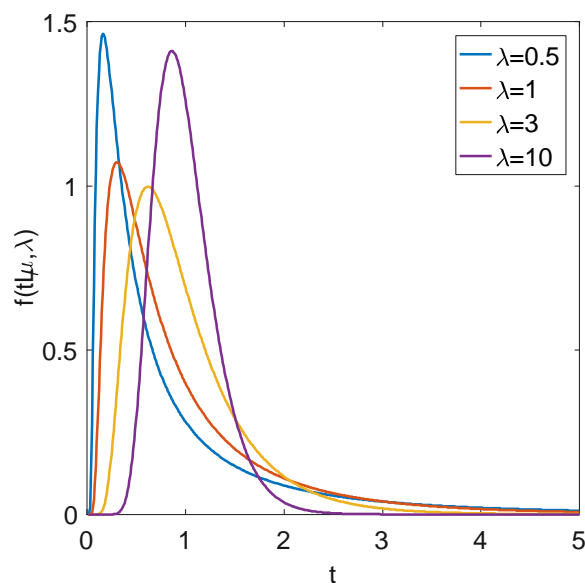


Figura A1.1. Esempi di pdf Gaussiana Inversa

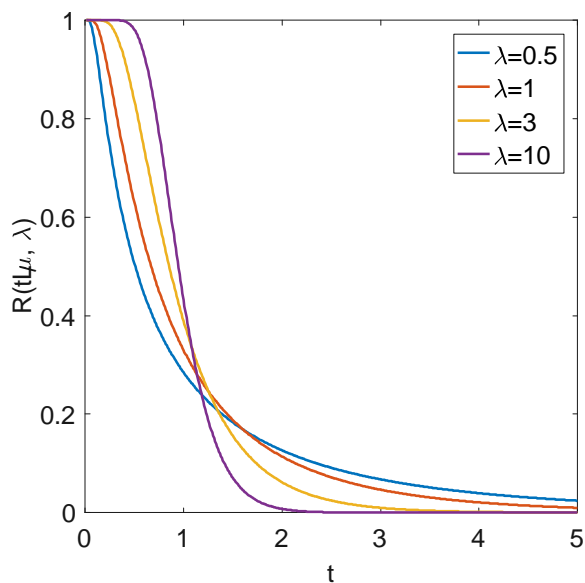


Figura A1.2. Esempi di funzioni affidabilità Gaussiana Inversa

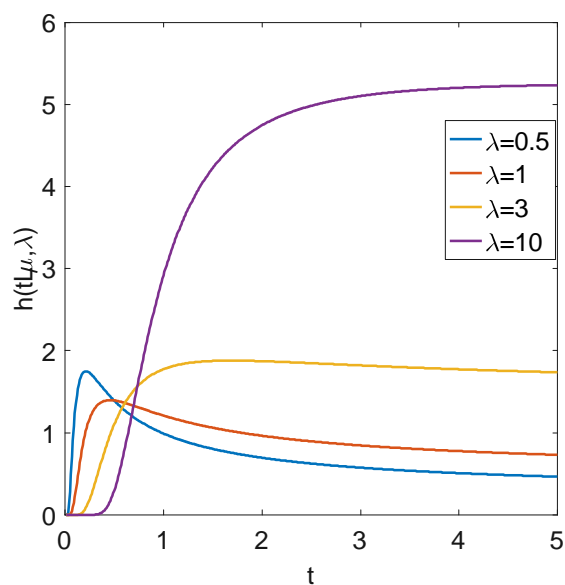


Figura A1.3. Esempi di HR della Gaussiana Inversa

6.2 Distribuzione Gamma

La distribuzione Gamma può essere vista come una naturale estensione della distribuzione Esponenziale ed è talvolta utilizzata per descrivere processi di usura. Essa è anche spesso utilizzata come distribuzione a priori in analisi affidabilistiche di tipo Bayesiano.

Come già discusso, se si assume che il numero di manifestazioni di un dato evento in un dato intervallo di tempo ha una *distribuzione di Poisson*, si può mostrare che la lunghezza dell'intervallo di tempo compreso fra il tempo 0 e l'istante in cui si verifica la manifestazione n-esima ha una distribuzione Gamma.

Equivalentemente, se si indica con T_i il tempo tra due successivi guasti di un sistema con lifetime Esponenziale con parametro λ , allora $T = T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_n$, il tempo necessario affinché si verifichino n guasti, ha una distribuzione gamma con fattore di scala λ^{-1} e parametro di forma n (v. seguito). Per tale motivo la distribuzione gamma è anche detta *convoluzione n-dimensionale* di una distribuzione esponenziale di parametro λ . Si evince quindi che la distribuzione Gamma, per esempio, si adatta particolarmente a descrivere il tempo di funzionamento di quei sistemi, che soggetti a shock di pari intensità distribuiti secondo una distribuzione di Poisson, si guastano esattamente dopo il verificarsi dell n -esimo shock. La pdf della famiglia di distribuzioni Gamma con parametri α e β è data da:

$$f(t; \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{t}{\beta}\right) \quad \alpha, \beta, t > 0$$

Dove $\Gamma(\cdot)$ denota la funzione gamma valutata in \cdot . I parametri α e β sono rispettivamente chiamati *parametro di forma e di scala*.

Per valori interi di α la distribuzione Gamma è anche conosciuta come distribuzione di Erlang. Se $\alpha = 1$ la distribuzione Gamma diventa una distribuzione Esponenziale con tasso di guasto pari a $1/\beta$. Inoltre nel caso particolare in cui $\alpha = n/2$ e $\beta = 2$ la distribuzione Gamma diventa una distribuzione notevole, nota come distribuzione Chi-quadrato con n gradi di libertà, $\chi^2(n)$. La media e la varianza sono date rispettivamente da:

$$E[T; \alpha, \beta] = \alpha\beta$$

$$Var[T; \alpha, \beta] = \alpha\beta^2$$

Le funzioni affidabilità e tasso di guasto sono esprimibili in forma chiusa solo se α è intero, in tutti gli altri casi, comunque, possono essere espresse tramite la funzione *Gamma Standard incompleta* $\Gamma(a, z)$ definita come:

$$\Gamma(a, z) = \int_0^z y^{a-1} \exp(-y) dy \quad \text{con } a > 0$$

che è ampiamente tabellata. Naturalmente, $\Gamma(\alpha, \infty) = \Gamma(\alpha)$, ossia la funzione Gamma completa.

In funzione di $\Gamma(a, z)$ l'Affidabilità di una distribuzione Gamma è data da:

$$R(t; \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha) - \Gamma\left(\alpha, \frac{t}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)}$$

che, se α è intero, diventa:

$$R(t; \alpha, \beta) = \sum_{k=0}^{\alpha-1} \frac{\left(\frac{t}{\beta}\right)^k \exp\left(-\frac{t}{\beta}\right)}{k!}$$

La funzione tasso di guasto è data da:

$$h(t; \alpha, \beta) = \frac{t^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{t}{\beta}\right)}{\beta^\alpha \left[\Gamma(\alpha) - \Gamma\left(\alpha, \frac{t}{\beta}\right) \right]}$$

Se α è un intero > 0 , $h(t)$ ha la forma chiusa:

$$h(t; \alpha, \beta) = \frac{t^{\alpha-1}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha) \sum_{k=0}^{\alpha-1} \frac{\left(\frac{t}{\beta}\right)^k}{k!}}$$

Il tasso di guasto è decrescente in funzione del tempo t per $\alpha < 1$, costante per $\alpha = 1$, crescente per $\alpha > 1$, e tende al valore $1/\beta$ per $t \rightarrow +\infty$.

Dunque, ai fini del presente studio, è opportuno evidenziare che l'HR è in ogni caso monotono, il che rende tale modello molto diverso da quello IG (come capita anche per il modello Weibull).

6.3 Distribuzione Birnbaum-Saunders

La distribuzione Birnbaum-Saunders viene dedotta da un modello di lifetime in cui il tempo di vita è definito come istante di superamento di una data soglia da parte di un processo stocastico di usura Gaussiano con media e varianza linearmente crescenti nel tempo. Essa presenta, come si può intuire dalla sua genesi, diverse somiglianze con il modello Gaussiano inverso. La funzione affidabilità $R(t)$ di una distribuzione Birnbaum-Saunders può essere ricavata dalla seguente equazione della cdf $F(t)$, ove $\Phi(\cdot)$ è la cdf della distribuzione normale standard (caratterizzata da valore medio nullo e varianza pari ad 1):

$$F(t; \alpha, \beta) = \Phi \left\{ \frac{1}{\alpha} \left[\left(\frac{t}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{\beta}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}$$

con (α, β) parametri positivi. Il parametro α è un parametro di forma, β un parametro di scala. Si ha quindi: $R(t) = 1 - F(t)$. La funzione densità di probabilità (pdf), $f(t)$, derivata della $F(t)$, è riportata di seguito:

$$f(t; \alpha, \beta) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi\alpha\beta}} \left[\left(\frac{\beta}{t}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{\beta}{t}\right)^{\frac{3}{2}} \right] \exp \left[-\frac{1}{2\alpha^2} \left(\frac{t}{\beta} + \frac{\beta}{t} - 2 \right) \right]$$

Notevole la somiglianza dell'andamento della funzione tasso di guasto della Birnbaum-Saunders con quello della IG. Infatti l'HR risulta essere una funzione dapprima crescente, poi decrescente dopo un certo tempo t^* detto punto di inversione. Per valori dei parametri della Birnbaum-Saunders molto piccoli, il punto di inversione tende all'infinito e, quindi, il tasso di guasto risulta comunque una funzione crescente. E peraltro evidente una certa similitudine dei processi di usura che portano ad un modello IG e uno Birnbaum-Saunders, visto che sono entrambi Gaussiani con media e varianza funzioni lineari del tempo.

6.4 Distribuzione Lognormale

La distribuzione Lognormale viene ampiamente usata in affidabilità per analizzare dati di vita.

I vantaggi sono essenzialmente due:

- Si possono analizzare dati generati da un modello Lognormale, adattando i classici metodi di analisi per la distribuzione Normale.

- Le funzioni densità di probabilità e tasso di guasto sono estremamente flessibili in ampiezza al variare dei parametri, ovvero la media logaritmica e la deviazione standard logaritmica.

Una variabile aleatoria T non negativa, come il tempo di durata di un componente, è Lognormale se $X=\ln(T)$ ha una distribuzione Normale.

La pdf di una distribuzione Lognormale è:

$$f(t; \xi, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma t \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} (\ln(t) - \xi)^2 \right]$$

$$0 \leq t < \infty$$

$$-\infty < \xi < \infty$$

$$\sigma^2 > 0$$

dove $\xi = E[\ln(T)]$ è la media logaritmica, e $\sigma^2 = Var[\ln(T)]$ è la varianza logaritmica di T . Entrambi i parametri sono adimensionali.

Utilizzando la cdf $F(t)$ e la pdf $f(t)$ della distribuzione Normale standardizzata, la pdf della v.a. Lognormale può essere espressa come segue:

$$f(t; \xi, \sigma^2) = \frac{\varphi \left(\frac{\ln(t) - \xi}{\sigma} \right)}{\sigma t}$$

La media e la varianza della variabile aleatoria T sono dati da:

$$E[T; \xi, \sigma^2] = \exp\left(\xi + \frac{\sigma^2}{2}\right)$$

$$\text{Var}[T; \xi, \sigma^2] = \left[\exp(2\xi + \sigma^2)\right] \left[\exp(\sigma^2) - 1\right].$$

La cdf è data dalla formula:

$$F(t; \xi, \sigma^2) = \Phi\left(\frac{\ln(t) - \xi}{\sigma}\right)$$

L'espressione del Tasso di guasto $h(t)$ è:

$$h(t; \xi, \sigma^2) = \frac{\varphi\left(\frac{\ln t - \xi}{\sigma}\right)}{t\sigma - t\sigma\Phi\left(\frac{\ln t - \xi}{\sigma}\right)}$$

$$h(t; \xi, \sigma^2) = \frac{\varphi\left(\frac{\ln t - \xi}{\sigma}\right)}{t\sigma - t\sigma\Phi\left(\frac{\ln t - \xi}{\sigma}\right)}$$

Le proprietà di $h(t)$, tasso di guasto Lognormale, sono:

- $h(t) = 0$ in $t=0^+$
- andamento crescente, poi decrescente all'aumentare di t ;
- tende a 0 per t tendente ad infinito.

Nonostante ipotesi deduttive completamente diverse da quelle alla base del modello IG, quello Lognormale presenta notevoli similitudini, anche nella forma della pdf; in particolare, è notevole la similitudine nell'andamento del tasso di guasto, meno adatto tuttavia, come già accennato, a modellare funzioni tasso di guasto di interesse pratico rispetto a quello IG. Nella pratica, come discusso in (Chiodo e Mazzanti, 2011), nella maggior parte dei casi i due modelli sono indistinguibili sulla base dei dati di campo, quindi è importante capire il tipo di processo di invecchiamento che può dare origine all'uno o all'altro.

6.5 Distribuzione Weibull

La famiglia di distribuzioni Weibull, potendo caratterizzare sia tassi di guasto crescenti, sia decrescenti, è stata con successo utilizzata per descrivere sia i guasti nel periodo iniziale di vita dei componenti elettrici, sia i guasti per usura dovuti ad invecchiamento.

Pertanto, per la sua flessibilità, è una di quelle che meglio si adatta a rappresentare il tempo di vita di componenti caratterizzati da tassi di guasto variabili nel tempo e sta trovando un numero sempre maggiore di applicazioni nel caso dell'affidabilità di componenti elettrici e soprattutto elettronici.

Essa è spesso impiegata per descrivere a livello analitico le caratteristiche del campione in prova come lo *strength* (elettrico o meccanico), ed altre proprietà durante le prove di vita accelerate. La teoria dei valori estremi (Castillo, 1988) dimostra che una delle *distribuzioni dei valori estremi* relativi alla più piccola di n variabili aleatorie, con $n \rightarrow +\infty$, può essere una Weibull.

Tale teoria giustifica dunque l'applicazione del modello Weibull ai tempi al guasto se si verifica nel processo reale o di esperimento la competizione tra un largo numero di cause fisiche di degrado; la prima di esse a valicare la linea critica di degrado definisce la misura del tempo al guasto del sistema.

Conviene caratterizzare tale modello in base al Tasso di guasto, che è dato da:

$$h(t; \alpha, \beta, \theta) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t - \theta}{\alpha} \right)^{\beta-1} \quad \beta, \alpha > 0, 0 < \theta \leq t < \infty$$

Il tasso di guasto è:

-decrescente (crescente) in t se $\beta < 1$ (> 1),

-costante, quindi il modello diventa esponenziale, se $\beta = 1$.

Quando $\beta = 2$ il tasso di guasto è linearmente crescente in funzione di t e la distribuzione risultante è conosciuta come *distribuzione di Rayleigh*.

In ogni caso, ai fini del presente studio, è opportuno evidenziare che l'HR è sempre monotono, il che rende tale modello molto diverso da quello IG (differentemente dagli altri qui analizzati).

Il parametro β , è chiamato *parametro di forma*, mentre α e θ sono chiamati rispettivamente *parametro di scala* e di *posizione* (θ corrisponde ad un periodo di vita garantita che non è presente in molte applicazioni, in tal caso è posto uguale a zero).

Le corrispondenti funzioni di densità di probabilità, pdf, e di affidabilità $R(t)$ sono:

$$f(t; \alpha, \beta, \theta) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t - \theta}{\alpha} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{t - \theta}{\alpha} \right)^\beta \right] \quad t \geq \theta$$

$$R(t; \alpha, \beta, \theta) = \exp \left[- \left(\frac{t - \theta}{\alpha} \right)^\beta \right]$$

Il valore medio e la varianza della distribuzione Weibull sono esprimibili tramite la Gamma standardizzata:

$$E[T; \alpha, \beta, \theta] = \theta + \alpha \Gamma\left(\frac{\beta+1}{\beta}\right)$$

$$Var[T; \alpha, \beta, \theta] = \alpha^2 \left[\Gamma\left(\frac{\beta+2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(\frac{\beta+1}{\beta}\right) \right]$$

Si può infine ripetere quanto visto a proposito del modello Gamma, ovvero evidenziare che l'HR è in ogni caso monotono, il che rende tale modello molto diverso da quello IG.

7 Appendice 2: Elementi di teoria dei processi di rinnovo

7.1 Processo ordinario di rinnovo

Si definisca come processo ordinario di rinnovo una sequenza di variabili aleatorie indipendenti ed aventi la stessa distribuzione, caratterizzata dalla pdf $f(x)$. Come tipico esempio, che si adatta immediatamente alle applicazioni qui considerate, si consideri la situazione in cui un componente 'nuovo' - posto in operazione all'istante $t=0$ - si guasta all'istante $t=t_1$. Se in t_1 il componente guasto viene istantaneamente sostituito con un componente nuovo e statisticamente identico al precedente inizia un nuovo ciclo di funzionamento che durerà fino all'istante t_2 , in cui anche il nuovo componente subisce un guasto.

Si considerino ora le variabili aleatorie 'durata dell' i -esimo periodo di operazione' identificate rispettivamente da:

$$X_1 = T_1$$

$$X_2 = T_2 - T_1$$

.....

$$X_n = T_n - T_{n-1}$$

essendo T_i la variabile aleatoria che nella realizzazione sperimentale esposta ha assunto la determinazione t_i .

Ebbene le variabili aleatorie X_i , nelle ipotesi fatte, risultano essere statisticamente indipendenti ed identicamente distribuite (IID). Pertanto la loro sequenza individua un processo ordinario di rinnovo (in letteratura: *Renewal Process*) (Cox,1962; Cinlar, 1975; Papoulis,2002). Una situazione del genere può essere rappresentata graficamente come in Figura A.1.

La variabile aleatoria 'tempo al guasto ennesimo', che, data l'ipotizzata durata nulla del processo di sostituzione (o rinnovo) coincide con la variabile aleatoria tempo all'ennesimo rinnovo ', è data dalla somma delle durate dei primi n periodi di operazione:

$$T_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$$

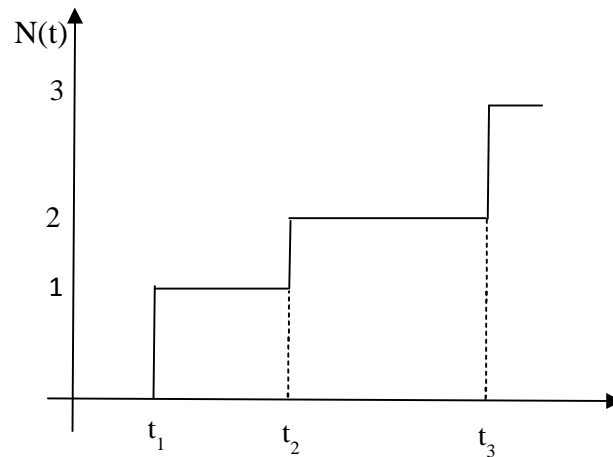


Figura A.1

Ricordando la teoria delle variabili aleatorie indipendenti, la v.a. somma $Z=T_n$ ha densità di probabilità:

$$f_n(t) = f(t) \otimes f(t) \dots \otimes f(t)$$

dove il prodotto di convoluzione \otimes è ripetuto n volte. Applicando il teorema della convoluzione alla trasformata di Laplace (TL) denotando con $F(s)$ la TL di $f(t)$ - si ottiene:

$$f_n^*(s) = L[f_n(t)] = [f^*(s)]^n$$

La probabilità che il tempo all'ennesimo guasto o rinnovo sia non superiore a t è data dalla funzione di distribuzione cumulativa (cdf) della variabile aleatoria T_n e pertanto:

$$P\{T_n < t\} = F_n(t) = \int_0^t f_n(x) dx$$

Il valore atteso del tempo all'ennesimo rinnovo è dato da:

$$E[T_n] = \int_0^{\infty} t f_n(t) dt$$

Si consideri ora la variabile aleatoria numero di rinnovi al tempo t , $N(t)$.

Essa sarà non superiore ad n se l'ennesimo guasto avviene dopo l'istante t e, pertanto, in termini probabilistici:

$$P\{N(t) < n\} = P\{T_n > t\} = 1 - P\{T_n \leq t\} = 1 - F_n(t) = 1 - \int_0^t f_n(x) dx$$

Considerando ciò si ha:

$$P[N(t)=n] = F_n(t) - F_{n+1}(t)$$

Si può allora calcolare il numero medio di rinnovi al tempo t, cui si dà il nome di funzione di rinnovo, M(t):

$$M(t) = E[N(t)] = \sum_{n=0}^{\infty} n P\{N(t) = n\} = \sum_{n=0}^{\infty} n [F_n(t) - F_{n+1}(t)] = F_1(t) + F_2(t) + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t)$$

Tenendo conto che:

$$F_n(t) = \int_0^t f_n(u) du$$

e che:

$$F_n^*(s) = \frac{1}{s} f_n^*(s)$$

Applicando la trasformata di Laplace a M(t) e ricordando il prodotto di convoluzione:

$$M(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s} f_n^*(s) = \frac{1}{s} \sum_{n=1}^{\infty} [f^*(s)]^n = \frac{f(s)}{s[1-f(s)]}$$

ove si è tenuto conto che:

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n = \frac{x}{1-x}$$

Si può inoltre definire la grandezza:

$$m(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M(t+\Delta t) - M(t)}{\Delta t} = \frac{dM(t)}{dt}$$

chiamata frequenza istantanea di rinnovo o tasso di rinnovo .

Se i periodi di operazione sono identicamente distribuiti con pdf Esponenziale negativa:

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$$

allora:

$$f^*(s) = \frac{\lambda}{s + \lambda}$$

e conseguentemente:

$$[f^*(s)]^n = \left[\frac{\lambda}{s + \lambda} \right]^n$$

Pertanto:

$$f_n(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda t}$$

che prende il nome di 'distribuzione speciale di Erlang ad n stadi', caso particolare del modello Gamma.

Consideriamo ora la probabilità di avere n guasti al tempo t mediante la TL:

$$L[P\{N(t) = n\}] = F_n^*(s) - F_{n+1}^*(s) = \frac{1}{s} \left[\frac{\lambda^n}{(s + \lambda)^n} - \frac{\lambda^{n+1}}{(s + \lambda)^{n+1}} \right] = \frac{\lambda^n}{(s + \lambda)^{n+1}}$$

Antitrasformando, si ha:

$$P\{N(t) = n\} = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}$$

che rappresenta il ben noto processo di Poisson.

Con semplici calcoli si ottiene anche il numero atteso di rinnovi, ovvero il valore atteso di N(t), detta

Renewal Function M(t):

$$M(t) = \lambda t$$

e, di conseguenza, la frequenza (media) dei rinnovi:

$$m(t) = \frac{dM(t)}{dt} = \lambda$$

Essa coincide con il tasso di guasto della v.a. Esponenziale, ossia con il reciproco del suo valor medio, come era logico attendersi.

8 Riferimenti bibliografici

Aghamohammadi M. R., and Abdolahinia H. (2014), **A new approach for optimal sizing of battery energy storage system for primary frequency control of islanded microgrid**, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* 54 (2014): 325-333.

Ahmad M., and Sheikh A. K. (1984), **Bernstein Reliability Model: Derivation and Estimation of Parameters**, *Reliability Engineering*, 8, 131-148

Anders G.J. (1990), **Probability concepts in electric power systems**, J. Wiley, N.Y.

Anderson P., Fouad A. (2002), **Power system control and stability**. Piscataway, US: Wiley, IEEE Press

Andrenacci N., Chiodo E., Lauria D., Pedè G. (2016a), **Accelerated life tests of complete lithium-ion battery systems for Battery Life Statistics assessment**, 23rd IEEE Speedam Symposium on Power electronics and electrical drives, June 22-24, 2016 - Capri, Italy, pp. 1073-1078

Andrenacci N., Chiodo E., Lauria D., Pedè G. (2016b), **Probabilistic battery design based upon accelerated life tests**, *Intelligent Industrial Systems* (Springer Nature), September 2016, Volume 2, n. 3, pp 243-252

Arifujjaman, M. D. (2015), **A comprehensive power loss, efficiency, reliability and cost calculation of a 1 MW/500 kWh battery based energy storage system for frequency regulation application**, *Renewable Energy*, 74, 158-169

Ashton P., Saunders C., Taylor G., Carter A., Bradley M., **Inertia estimation of the GB power system using synchrophasor measurements**, *IEEE Trans Power. Syst.*, 99 (2014), pp. 1-9

Banerjee A. K. & Bhattacharyya G. K. (1979), **Bayesian results for the inverse Gaussian distribution with an application**, *Technometrics*, 21, pp. 247-25

Barlow R. E., Proschan F. (1981) : **"Statistical Theory of Reliability and Life Testing"**, Holt, Rinehart & Winston, N.Y.

Barlow R. E. (1985) **"A Bayes Explanation of an Apparent Failure Rate Paradox"**, *IEEE Tr. on Reliability*, 34, pp. 107-108.

Bendat J. S. (1958), **Principles and Applications of Random Noise Theory**, John Wiley and Sons

Berman S. M., (1962). **A Law of Large Numbers for the Maximum in a Stationary Gaussian Sequence**, *Ann. Math. Stat.*, Vol. 33, 1962, pp. 93-97.

Berman, S. M. (1964), **Limit theorems for the maximum term in stationary sequences**. *The Annals of Mathematical Statistics*, 502-516

Bignell, W., Saffron, H., Nguyen, T. T., and Humpage, W. D. (1999). **Effects of machine inertia constants on system transient stability**. *Electric Power Systems Research*, 51(3), 153-165

- Blachman N. M.(1964), **FM Reception and the Zeros of Narrow-band Gaussian Noise**, IEEE Trans, on Information Technology. , Vol. 10, pp. 235-241.
- Blake A.; W. Lindsey (1985), **Level-crossing problems for random processes**, IEEE Transactions on Information Theory,Vol: 19, N. 3, pp. 295 - 315
- Bogdanoff J. L., and Kozin F. (1985),**Probabilistic Models of Cumulative Damage**, New York: John Wiley
- Borovkov A. A.(1965), **On the First Passage Time for one Class of Processes with Independent Increments**, Theor. Prob. Applns. , Vol. 10, pp. 331-334.
- Borsche T.S., Ulbig A., Andersson G. (2014), **Impact of Frequency Control Reserve Provision by Storage Systems on Power System Operation**, *IFAC Proceedings Volume 47(3)*
- Borsche, T., Ulbig, A., Koller, M., &Andersson, G. (2013). **Power and energy capacity requirements of storages providing frequency control reserves**. In *IEEE PES General Meeting, Vancouver*.
- Brivio C., Mandelli S., Merlo M. (2016), **Battery energy storage system for primary control reserve and energy arbitrage**, *Sustainable Energy, Grids and Networks*, 6, 152-165
- Canevese S., Ciapessoni E., Gatti A. and Rossi M. (2016), **Monitoring of frequency disturbances in the European continental power system**, *AEIT International Annual Conference, Capri*, pp. 1-6.
- Carey, M. B. (1989), **Challenges of Reliability Assessment Based on Degradation Data: An Example**, the American Statistical Association 150th Annual Meeting, Washington, D.C., August 6-10,
- Carey, M. B., and Escobar, L. A. (1991), **Experimental Design for a Class of Accelerated Degradation Tests**, technical report, Louisiana State University, Dept. of Experimental Statistics
- Carey, M. B., and Koenig, R. H.(1991), **Reliability Assessment Based on Accelerated Degradation: A Case Study**, IEEE Transactions on Reliability, Vol. 40, pp. 499-506
- Castillo E. (1988),**Extreme Value Theory in Engineering**, Academic Press, N.Y.
- Chhikara R.S., Folks J.L. (1989),**The Inverse Gaussian Distribution"**, Marcel Dekker, N.Y.
- Chambers, E. G. and Yule, G. U.(1941), **Theory and Observation in the Investigation of Accident Causation**, Suppl. Journal of the Royal Statistical Society VII, 89-109
- Chassin, D. P., Huang, Z., Donnelly, M. K., Hassler, C., Ramirez, E., & Ray, C. (2005). **Estimation of WECC system inertia using observed frequency transients**. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(2), 1190-1192.
- Chen D.G., Lio Y., Ng H.K.T, Tsai T. (2017) **Statistical Modeling for Degradation Data**, Springer Nature Singapore
- Cheng M., Sami S.S., Wu J., (2017)**Benefits of using virtual energy storage system for power system frequency response**, *Applied Energy*, 194, 376-385

Chiodo E., and Mazzanti G. (2011): **Mathematical and Physical Properties of Reliability Models in View of their Application to Modern Power System Components**, invited chapter of the book: "*Innovations in Power Systems Reliability*", edited by G.J. Anders and A. Vaccaro, Springer-Verlag, London

Chiodo E., Lauria D. (2012), **Probabilistic Description and Prediction of Electric Peak Power Demand**, *Proc. of the IEEE Int. Conference on Electrical Systems for Aircraft, Railway and Ship Propulsion (ESARS 2012)*, pp. 1-7, Bologna, Italy, 16-18 October 2012

Chiodo E., Lauria D., Di Noia L. P., Del Pizzo A. (2013), **Modeling and Bayes Estimation of Battery Lifetime for Smart Grids Under an Inverse Gaussian Model**, *International Review of Electrical Engineering (IREE)*, Vol. 8, n. 4, August 2013, pp.1253-1266

Chiodo E., Lauria D. (2014), "**Double Stochastic Analysis of Batteries Lifetime for Electric Vehicles Operation**", *Proceedings of "3rd Renewable Power Generation Conference" (RPG 2014)*, Napoli 24-26 September 2014

Chiodo E., Di Noia L. P., Lauria D. (2014), **Stochastic Modelling of Electrochemical Batteries for Smart Grids Applications**, *Proceedings of IEEE International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM 2014)*, Ischia (Italy), 18-20 June 2014, pp. 1059-1063

Chiodo E., Fabrizi V., Lauria D., Ortenzi F., Sglavo V. (2014) "**Battery Design based upon Life Cycle Statistics**", *Proceedings of "3rd Renewable Power Generation Conference" (RPG 2014)*, Napoli 24-26 September 2014

Cinlar E. (1975), **Introduction to Stochastic Processes**, Prentice - Hall, N.Y.

Cox D.R. (1962), **Renewal Theory**, Methuen, London

Conroy J. F., & Watson R. (2008). **Frequency response capability of full converter wind turbine generators in comparison to conventional generation**. *IEEE transactions on power systems*, 23(2), 649-656.

Cox D. R. and Miller H. D. (1965), **The Theory of Stochastic Processes**. London, Methuen and Company

Cox D. R., Oakes D. (1984), **Analysis of Survival Data**, Chapman & Hall, London.

Crow E. L., Shimizu K., ed. (1988), **Lognormal Distributions**, Marcel Dekker, N.Y.

Cramér, H. (1962), **On the maximum of a normal stationary stochastic process**, *Bulletin of the American Mathematical Society*, 68(5), 512-516

Cramér, H. (1965), **A limit theorem for the maximum values of certain stochastic processes**, *Theory of Probability and Its Applications*, 10(1), 126-128

Daly P., Flynn D., and Cunniffe N. (2015), **Inertia considerations within unit commitment and economic dispatch for systems with high non-synchronous penetrations**, In *PowerTech, 2015 IEEE Eindhoven* (pp. 1-6).

De RijckeS., ErgunH., Van HertemD., DriesenJ., **Grid impact of voltage control and reactive power support by wind turbines equipped with direct-drive synchronous machines**, *IEEE Trans Sustain Energy*, 3 (4) (2012), pp. 890-898

Delille G., Francois B., Malarange G., **Dynamic frequency control support by energy storage to reduce the impact of wind and solar generation on isolated power systems inertia**, *IEEE Trans. Sustainable Energy*, 3 (4) (2012), pp. 931-939

Díaz-González, F., Hau, M., Sumper, A., and Gomis-Bellmunt, O. (2014), **Participation of wind power plants in system frequency control: Review of grid code requirements and control methods**, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 34, 551-564.

Ding D., Li J. L., Yang S. L., Wu, X. G., and Liu Z. Q. (2014), **Capacity configuration of BESS as an alternative to coal-fired power units for frequency control**, In *Advanced Materials Research* (Vol. 953, pp. 743-747). Trans Tech Publications

Doob J. L. (1953), **Stochastic Processes**. John Wiley and Sons, New York

Downing S. D., and Socie D. F. (1982), **Simple rainflow counting algorithms**, *International Journal of Fatigue*, 4(1), 31-40.

Driesen J., and Visscher K. (2008), **Virtual synchronous generators**, in *Proceedings of the IEEE PES Meeting* (pp. 20-24)

Durham S. D., and Padgett W. J. (1997) **Cumulative Damage Models for System Failure With Application to Carbon Fibers and Composites**, *Technometrics*, 39:1, 34-44

Eftekharijad S., Vittal V., Heydt G., Keel B., Loehr J. (2013), **Impact of increased penetration of photovoltaic generation on power systems**, *IEEE Trans Power Syst.*, 28 (2), pp. 893-901

Ekanayake J., & Jenkins N. (2004). **Comparison of the response of doubly fed and fixed-speed induction generator wind turbines to changes in network frequency**. *IEEE Transactions on Energy conversion*, 19(4), 800-802.

Etxeberria A., Vechiu I., Camblong H., and Vinassa J. M. (2010), **Hybrid energy storage systems for renewable energy sources integration in microgrids: A review**, In *IPEC, 2010 Conference Proceedings*, pp. 532-537

Etxegarai A., Eguia P., Torres E., Iturregi A., and Valverde V. (2015), **Review of grid connection requirements for generation assets in weak power grids**, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 41, 1501-1514

Freitas W., Xu W., Affonso C. M., & Huang, Z. (2005). **Comparative analysis between ROCOF and vector surge relays for distributed generation applications**. *IEEE Transactions on power delivery*, 20(2), 1315-1324.

Gatta F.M., Geri A., Lamedica R., Lauria S., Maccioni M., Palone F., Rebolini M., Ruvio A (2016), **Application of a LiFePO₄ Battery Energy Storage System to Primary Frequency Control: Simulations and Experimental Results**, *Energies* 2016, 9, 887.

Gautam D., Vittal V. & Harbour T. (2009). **Impact of increased penetration of DFIG-based wind turbine generators on transient and small signal stability of power systems**. *IEEE Transactions on Power Systems*, 24(3), 1426-1434.

Gertsbackh I. B., and Kordonskiy K. B. (1969), **Models of Failure** (English translation from the Russian version), New York Springer-Verlag

Girgis A. A., & Peterson W. L. (1990). **Adaptive estimation of power system frequency deviation and its rate of change for calculating sudden power system overloads.** *IEEE Transactions on Power Delivery*, 5(2), 585-594.

Gnedenko B. V. and Kolmogorov, A. N., (1954) **Limit Distribution for Sums of Independent Random Variables.** Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company

Greenwood D.M. et al. (2017), **Frequency response services designed for energy storage**, *Applied Energy* 203 (2017) 115-127

Inoue, T., Taniguchi, H., Ikeguchi, Y., & Yoshida, K. (1997). **Estimation of power system inertia constant and capacity of spinning-reserve support generators using measured frequency transients.** *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(1), 136-143.

Jia, H., Fu, Y., Zhang, Y., and He, W. (2010), **Design of hybrid energy storage control system for wind farms based on flow battery and electric double-layer capacitor**, In *Power and Energy Engineering Conference (APPEEC), 2010 Asia-Pacific* (pp. 1-6).

Jin, T., & Mechehoul, M. (2010). **Minimize production loss in device testing via condition-based equipment maintenance.** *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 7(4), 958-963.

Joseph, A., and Shahidehpour, M. (2006), **Battery storage systems in electric power systems**, In *Proc. IEEE Power Engineering Society General Meeting*, 2006

Kayacan, E., Ulutas, B., & Kaynak, O. (2010), **Grey system theory-based models in time series prediction.** *Expert systems with applications*, 37(2), 1784-1789.

Kayikci M., Milanovi J. (2009), **Dynamic contribution of DFIG-based wind plants to system frequency disturbances**, *IEEE Trans Power Syst.*, 24 (2), pp. 859-867

Kahle W, Lehmann A. (1998) **Parameter Estimation in Damage Processes: Dependent Observations of Damage Increments and First Passage Time.** In *Advances in Stochastic Models for Reliability, Quality and Safety*, Kahle W et al. (eds). Birkhauser: Boston, 1998; 139-152.

Kahle W, Lehmann A. (2004), **On a cumulative damage process and resulting first passage times**, *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, Vol. 20, Issue 1, January/March 2004, PP. 17-26

Keung P. K., Li P., Banakar H., Ooi B. T. (2009). **Kinetic energy of wind-turbine generators for system frequency support.** *IEEE Transactions on Power Systems*, 24(1), 279-287.

Khalid M. and Savkin A. V. (2010), **Model predictive control based efficient operation of battery energy storage system for primary frequency control**, In *Proc. Of the 11th IEEE International Conference on Control Automation Robotics and Vision (ICARCV)*, pp 2248-2252

Khalid M. M., Khalid A. V. and Savkin (2010), **Model predictive control based efficient operation of battery energy storage system for primary frequency control**, *11th International Conference on Control Automation Robotics and Vision (ICARCV 2010)*, Singapore.

Knap V., Chaudhary S. K., Stroe D. I., Swierczynski M., Craciun B. I. and Teodorescu R. (2016), **Sizing of an Energy Storage System for Grid Inertial Response and Primary Frequency Reserve**, *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(5).

Koller M., Borsche T., Ulbig A. and Andersson G.(2015), **Review of grid applications with the Zurich 1 MW battery energy storage system**, *Electric Power Systems Research*, Vol. 120, pp. 128-135

Kratz M. F. (2006), **Level crossings and other level functionals of stationary Gaussian processes**, *Probability Surveys*, 3, , 230-288

Kundur P.(1994), **Power system stability and control**, McGraw-Hill, New York, US

Kunisch H.-J., Kramer K. G., and Dominik H. (1986), **Battery energy storage another option for load-frequency-control and instantaneous reserve**, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, EC-1:3,pp. 41-46,

Kun-Li Wen (2004), **Grey systems: modeling and prediction**, Yang's Scientific Research Institute

Lalor G., Ritchie J., Rourke S., Flynn D., and O'Malley M. J. (2004), **Dynamic frequency control with increasing wind generation**, In *IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2004.*,pp. 1715-1720

Lam L., Bauer P., Kelder E.(2011), **A practical circuit based model for li-ion battery cells in electric vehicle applications**, In *Telecommunications Energy Conference (INTELEC), 2011 IEEE 33rd International*, pages 1-9.

Lawless J. F. (1982),**Statistical Models and Methods for Lifetime Data**, New York: John Wiley

Leadbetter M. R.(1967), **Stationary and Related Stochastic Processes**, J. Wiley and Sons

Lei B., Li X., Huang, J. and Tan, S.(2014), **Droop Configuration and Operational Mode Setting of Battery Energy Storage System in Primary Frequency Regulation**, *Applied Mechanics and Materials*, pp.448-453,

Li W., and Joos G. (2008), **A power electronic interface for a battery supercapacitor hybrid energy storage system for wind applications**, In *Power Electronics Specialists Conference, 2008. PESC 2008. IEEE* (pp. 1762-1768).

Li X., Huang Y., Huang J., Tan S., Wang M., Xu T., and Cheng X. (2014), **Modeling and control strategy of battery energy storage system for primary frequency regulation**, In *Power System Technology (POWERCON), 2014 International Conference on* (pp. 543-549).

Littler T., Fox B., and Flynn D. (2005), **Measurement-based estimation of wind farm inertia**. In *Power Tech, 2005 IEEE Russia* (pp. 1-5)

Liu F., Liu J., and Zhou L. (2010), **A novel control strategy for hybrid energy storage system to relieve battery stress**, In *Power Electronics for Distributed Generation Systems (PEDG), 2010 2nd IEEE International Symposium on* (pp. 929-934).

Liu Y., Zhu L., Zhan L., Gracia J. R., King Jr. T., and Liu Y. (2016), **Active power control of solar PV generation for large interconnection frequency regulation and oscillation damping**, *International Journal of Energy Research*, 40(3), 353-361.

Lu, C. J. (1992), **The Use of Degradation Measures in Assessing Reliability**, Ph.D. dissertation, Iowa State University, Dept. of Statistics

- Lu, C. J., & Meeker, W. O. (1993). **Using degradation measures to estimate a time-to-failure distribution.** *Technometrics*, 35(2), 161-174.
- Lu, J. C., and Pantula, S. G. (1989), **A Repeated-Measurements Model for Over-Stressed Degradation Data**, technical report, North Carolina State University, Dept. of Statistics
- Lund P. D., Lindgren J., Mikkola J. and Salpakari J.(2015), **Review of energy system flexibility measures to enable high levels of variable renewable electricity**, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol.45, pp.785-807
- Marconato R. (2004),**Electric power systems. Dynamic behaviour, stability and emergency controls**, Hoepli
- Mekker W. Q., and Escobar L. A. (1998),**Statistical Methods for Reliability Data**, J. Wiley, New York
- Mercier P., Cherkaoui R., and Oudalov A.(2009), **Optimizing a battery energy storage system for frequency control application in an isolated power system.**, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 24, pp.1469-1477
- Millner A. (2010),**Modeling lithium ion battery degradation in electric vehicles.** In *Innovative Technologies for an Efficient and Reliable Electricity Supply (CITRES)*, 2010 IEEE Conference on (pp. 349-356). IEEE.
- Mitra, A., and Chatterjee, D. (2013), **A sensitivity based approach to assess the impacts of integration of variable speed wind farms on the transient stability of power systems**, *Renewable energy*, 60, 662-671
- Morren J.(2006), **Grid support by power electronic converters of distributed generation units**, Ph.D. dissertation, Delft University of Technology, The Netherlands
- Morren, J., de Haan, S. W., and Ferreira, J. A. (2006), **Contribution of DG units to primary frequency control**, *International Transactions on Electrical Energy Systems*, 16(5), 507-521
- Morren, J., Pierik, J., and De Haan, S. W. (2006). **Inertial response of variable speed wind turbines.** *Electric power systems research*, 76(11), 980-987
- Mullane, A., Bryans, G., and O'Malley, M. (2005), **Kinetic energy and frequency response comparison for renewable generation systems**, In *Future Power Systems, 2005 International Conference on* (pp. 6-pp)
- Naser W.(1987), **New frequency regulation in Berlin**, *Elektrizitätswirtschaft*, Vol.86, pp. 532-535
- Nelson W.(1990), **Accelerated Testing**, J. Wiley & Sons: New York, NY
- Nunes M. V., Lopes J. P., Zurn H. H., Bezerra U. H., and Almeida, R. G. (2004), **Influence of the variable-speed wind generators in transient stability margin of the conventional generators integrated in electrical grids**, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 19(4), 692-701
- Ortega Á. and Milano F. (2015), **Design of a control limiter to improve the dynamic response of energy storage systems**, *IEEE Power & Energy Society General Meeting*, pp. 1-5.
- O'Sullivan J., Rogers A., Flynn D., Smith P., Mullane A., and O'Malley M. (2014), **Studying the maximum instantaneous non-synchronous generation in an island system Frequency stability challenges in Ireland**, *IEEE Transactions on Power Systems*, 29(6), 2943-2951

- Oudalov A. , Oudalov D., Chartouni C. and Ohler P.(2007), **Optimizing a Battery Energy Storage System for Primary Frequency Control**, IEEE Transactions on Power Systems, Vol.22, pp. 1259-1266
- Oudalov A., Buehler T., and Chartouni D. (2008), **Utility scale applications of energy storage**, IEEE Energy 2008 Conference, Atlanta, USA.
- Oudalov A., Chartouni D., and Ohler C. (2007), **Optimizing a battery energy storage system for primary frequency control**, *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(3), 1259-1266.
- Oudalov A., Chartouni D., Ohler C., & Linhofer G. (2006). **Value analysis of battery energy storage applications in power systems**. In *Power Systems Conference and Exposition, 2006. PSCE'06. 2006 IEEE PES* (pp. 2206-2211). IEEE.
- Oudalov D., Chartouni C., Ohler D. (2007), **Optimizing a battery energy storage system for primary frequency control**, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 22, no. 3, pp. 1259-1266
- Padiyar K. R. (2008), **Power system dynamics. Stability And Control**, BS publications. CBS, Tonbridge, Kent
- Papoulis A. (2002), **Probability, random variables, stochastic processes**, Mc Graw Hill, New York
- Parzen E. (1962), **Stochastic Processes**. Holden-Day, Inc.
- Pearre, N. S., Swan, L. G., Pearre, N. S. and Swan, L. G.(2007), **Techno economic feasibility of grid storage: Mapping electrical services and energy storage technologies**, Applied Energy, Vol.137, pp.501-510, 2007
- Peng C. Y. and Tseng S. T. (2009), **Misspecification analysis of linear degradation models**, IEEE Trans. Reliability, vol. 58, no. 3, pp. 444 455, Sep. 2009.
- Pierrat L.(1991), **Model of component wear due to random stresses parametric representation of gradual complexity**, *Reliability 91 Proceedings , Elsevier, London* (1991): 350-358
- Pierrat L.(1991), **Model of component wear due to random stresses**, *Reliability 91 Proceedings , Elsevier, London* (1991): 350-8
- Poullikkas A. (2013) **A comparative overview of large-scale battery systems for electricity storage. Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Vol. 27, pp. 778-788, 2013
- Press S. J. (2014), **A Modified Compound Poisson Process with Normal Compounding**, JASA, Pages 607-613, Nov 2014
- Rawn B. G., Gibescu, M., and Kling, W. L. (2010), **A static analysis method to determine the availability of kinetic energy from wind turbines**, In *Power and Energy Society General Meeting, 2010 IEEE* (pp. 1-8)
- Rawn B., and Lehn P. (2008), **Wind rotor inertia and variable efficiency: fundamental limits on their exploitation for inertial response and power system damping**, In *European Wind Energy Conference 2008*
- Reza M.(2016), **Stability analysis of transmission systems with high penetration of distributed generation**, Ph.D. dissertation, electrical engineer, Delft Univ. Technol., Delft, The Netherlands, Dec. 2006
- Rohatgi V.K. (1984), **Statistical Inference**, John Wiley and Sons

- Rohatgi V. K., Saleh A. K.(2000), **An Introduction to Probability and Statistics**, 2nd ed., J. Wiley
- Ross S. (1996), **Introduction to Probability Models**, 6th edition. Academic Press, Inc.
- Schmalstieg J., et al. (2014),**A holistic aging model for Li(NiMnCo)O₂ based 18650 lithium-ion batteries**, *Journal of Power Sources* 257 (2014): 325-334.
- Serban I., and C. Marinescu(2014),**Battery energy storage system for frequency support in microgrids and with enhanced control features for uninterruptible supply of local loads**, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* 54 (2014): 432-441.
- Serway R. A., Beichner R. J., and Jewett J. W. (2000), **Physics for scientists and engineers with modern physics**. (5th ed.), Holt Rinehart and Winston, Philadelphia
- Shah R., Mithulananthan N., Bansal R. C., and Ramachandaramurthy V. K. (2015), **A review of key power system stability challenges for large-scale PV integration**. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 41, 1423-1436.
- Shi Y., Xu B., Zhang, B. (2017), **Optimal Battery Control Under Cycle Aging Mechanisms**, Submitted to *IEEE TAC*, [Online], available at: <https://arxiv.org/abs/1709.05715>
- Si X. S., Wang W., Hu C. H., & Zhou D. H. (2011),**Remaining useful life estimation: a review on the statistical data driven approaches**. *European journal of operational research*, 213(1), 1-14.
- Si, X. S., Wang, W., Chen, M. Y., Hu, C. H., & Zhou, D. H. (2013). **A degradation path-dependent approach for remaining useful life estimation with an exact and closed-form solution**. *European Journal of Operational Research*, 226(1), 53-66.
- Si X. S., Wang W., Hu C. H., Chen M. Y., Zhou, D. H. (2013),**A Wiener-process-based degradation model with a recursive filter algorithm for remaining useful life estimation**. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 35(1), 219-237
- Si X. S. and Zhou D. (2014), **A Generalized Result for Degradation Model-Based Reliability Estimation**, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 11, no. 2, pp. 632-637, April 2014.
- Sparacino A. R., Reed G. F., Kerestes R. J., Grainger B. M., and Smith Z. T. (2012), **Survey of battery energy storage systems and modeling techniques**, In *Power and Energy Society General Meeting, 2012 IEEE* (pp. 1-8).
- Special Committee for Survey of Load Frequency Control in Normal and Emergency Conditions in Power System. (2002), **Load Frequency Control in Normal and Conditions in Power System**, IEEJ Technical Report, No. 869.
- Stenzel P., Koj J. C., Schreiber A., Hennings W., and ZappP. (2016), **Primary control provided by large-scale battery energy storage systems or fossil power plants in Germany and related environmental impacts**, *Journal of Energy Storage*, 8, 300-310.
- Stevenson W., Grainger J. (1994), **Power system analysis**, McGraw-Hill, New York, US

Stroe D. I., Knap V., Swierczynski M., Stroe A. I. and Teodorescu R. (2017), **Operation of a Grid-Connected Lithium-Ion Battery Energy Storage System for Primary Frequency Regulation: A Battery Lifetime Perspective**, *IEEE Transactions on Industry Applications*, 53 (1), 430-438.

Sun J., Li L., & Xi L. (2012). **Modified two-stage degradation model for dynamic maintenance threshold calculation considering uncertainty**. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 9(1), 209-212

wierczy ski M., IoanStroe D., Stan A. I., Teodorescu, R., and Sauer, D. U. (2014), **Selection and performance-degradation modeling of LiMo/Litio and LiFePO/C battery cells as suitable energy storage systems for grid integration with wind power plants: An example for the primary frequency regulation service**, *IEEE Trans. Sustainable Energy*, 5(1), 90-101.

wierczy ski M., Stroe D. I., Lærke R., Stan A. I., Kjær P. C., Teodorescu R., and Kær S. K. (2014), **Field experience from Li-Ion BESS delivering primary frequency regulation in the Danish energy market**, *Ecs Transactions*, 61(37), 1-14.

wierczy ski M., Stroe D. I., Stan A. I., and Teodorescu R. (2013), **Primary frequency regulation with Li-ion battery energy storage system: A case study for Denmark**, In *ECCE Asia Downunder (ECCE Asia), 2013 IEEE* (pp. 487-492).

Swierczynski M., Stroe D.I., Stan A.I., Teodorescu R., Laerke R., and KjaerP. C. (2013), **Field tests experience from 1.6 MW/400kWh Li-ion battery energy storage system providing primary frequency regulation service**, in *4th IEEE/PES Innovative Smart Grid Technologies Europe (ISGT EUROPE)*, pp. 1-5

Tamimi B., Canizares C., Bhattacharya K., **System stability impact of large-scale and distributed solar photovoltaic generation: the case of Ontario**, Canada, *IEEE Trans Sustain. Energy*, 4 (3) (2013), pp. 680-688

Tan Y. T. (2004), **Impact on the power system with a large penetration of photovoltaic generation**, *Dept. of Electrical and Electronic Engineering, The University of Manchester Institute of Science and Technology, UK*

Tan Y., Meegahapola L., and Muttaqi K. M. (2014), **A review of technical challenges in planning and operation of remote area power supply systems**, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 38, 876-889

Tavakoli M. R. B., Power M., Ruttledge L., and Flynn D. (2012), **Load inertia estimation using white and grey-box estimators for power systems with high wind penetration**, *IFAC Proceedings Volumes*, 45(21), 399-404

The Commission for Energy Regulation (2014). **Rate of change of frequency (ROCOF) modification to the grid code**. Technical report, CER (The Commission for Energy Regulation), Dublin

Tielens, P., and Van Hertem, D. (2012), **Grid inertia and frequency control in power systems with high penetration of renewable**

Tielens, P., De Rijcke, S., Srivastava, K., Reza, M., Marinopoulos, A., and Driesen, J. (2012, July). **Frequency support by wind power plants in isolated grids with varying generation mix**. In *Power and Energy Society General Meeting, 2012 IEEE* (pp. 1-8).

Tuohy A., Kaun B., and Enriken R. (2014), **Storage and demand side options for integrating wind power**, *Wiley Interdisciplinary Reviews: Energy and Environment*, 3(1), 93-109.

Ulbig A., Borsche T.S. , Andersson G. (2014), **Impact of Low Rotational Inertia on Power System Stability and Operation**, *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3) 7290-7297

Vetter J., Novak P., et al. (2005), **Ageing mechanisms in lithium-ion batteries**, *Journal of Power Sources* 147) 269 281

Vetter J., Novák P., Wagner M. R., Veit C., Möller K. C., Besenhard J. O., Hammouche A. (2005). **Ageing mechanisms in lithium-ion batteries**. *Journal of power sources*, 147(1), 269-281

Vieira, J. C., Freitas, W., Xu, W., & Morelato, A. (2006). **Efficient coordination of ROCOF and frequency relays for distributed generation protection by using the application region**. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 21(4), 1878-1884

Vogler C., and Hammouche A. (2005), **Ageing mechanisms in lithium-ion batteries**. *Journal of Power Sources*, vol.147, pp. 269- 281, 2005. ISSN 0378-7753

Wang Y., Delille G., Bayem H., Guillaud X., Francois B. (2013), **High wind power penetration in isolated power systems assessment of wind inertial and primary frequency responses**, *IEEE Trans. Power Syst.* , 28 (3), pp. 2412-2420

Whitmore G.A. (1986), **Normal-Gamma Mixtures of Inverse Gaussian Distributions**, *Scandinavian Journal of Statistics* ,Vol. 13, No. 3, pp. 211-220

Whitmore G.A. (1995), **Estimating degradation by a Wiener diffusion process subject to measurement error**, *Lifetime Data Analysis* 1995; 1, pp. 307 319.

Winter W., Elkington K., Bareux G., and Kostevc J. (2015), **Pushing the limits: Europe's new grid: innovative tools to combat transmission bottlenecks and reduced inertia**, *IEEE Power and Energy Magazine*, 13(1), 60-74

Xu B., Oudalov A., Ulbig A., Andersson G. and Kirschen D.(2017), **Modeling of Lithium-Ion Battery Degradation for Cell Life Assessment**, *IEEE Transactions on Smart Grid*, (in press) doi: 10.1109/TSG.2016.2578950.

Yann G. R., Kirschen D.S., Trotignon M., Rossignol S.(2007),**A survey of frequency and voltage control ancillary services part I: Technical features**, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.22, pp. 350- 357, 2007.

Ye Z. and Xie M. (2015), **Stochastic modelling and analysis of degradation for highly reliable products**, *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, Published online 10 October 2014 in Wiley Online Library(wileyonlinelibrary.com) DOI: 10.1002/asmb.2063

You M. Y., Li L., MengG., Ni J. (2010),**Cost-effective updated sequential predictive maintenance policy for continuously monitored degrading systems**, *IEEE Trans. Autom. Sci. Eng.*, vol. 7, no. 2, pp. 257 265

Zambrano M. (2015), **Methodology for the economic optimisation of energy storage systems for frequency support in wind power plants**. *Applied Energy*, Vol. 137, pp. 660-669

Zarina P. P., Mishra S., Sekhar P. C. (2014), **Exploring frequency control capability of a PV system in a hybrid PV-rotating machine-without storage system**, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 60, 258-267.

Zhang Z., Hu C., Si X., Zhang J., and Shi Q. (2017), "A prognostic approach for systems subject to wiener degradation process with cumulative-type random shocks," *2017 6th Data Driven Control and Learning Systems (DDCLS)*, Chongqing, 2017, pp. 694-698.

Zhang J., Hu C., He X., Si X., & Zhou D. (2017), **Lifetime estimation for battery with the regeneration phenomena in both degradation state and rate**. In *Prognostics and System Health Management Conference (PHM-Harbin), 2017* (pp. 1-6). IEEE.

Zhang S., Mishra Y., and Ledwich G. (2014), **Battery energy storage systems to improve power system frequency response**, In *Power Engineering Conference (AUPEC), 2014 Australasian Universities* (pp. 1-5)

9 Abbreviazioni ed acronimi

cdf	Funzione di distribuzione di probabilità (<i>cumulative distribution function</i>)
E[X]	Media statistica della generica v.a. X
HR	tasso di guasto (<i>Hazard rate</i>)
IG	(Legge) <i>Gaussiana Inversa</i>
IID	Identicamente distribuite ed indipendenti
pdf	Funzione densità di probabilità (<i>probability density function</i>)
q.c.	quasi certamente (con probabilità 1)
TL	trasformata di Laplace
v.a.	Variabile aleatoria
Var[X], V[X]	Varianza della generica v.a. X
(x)	cdf della distribuzione <i>Gaussiana</i> standard (di media nulla e varianza unitaria)